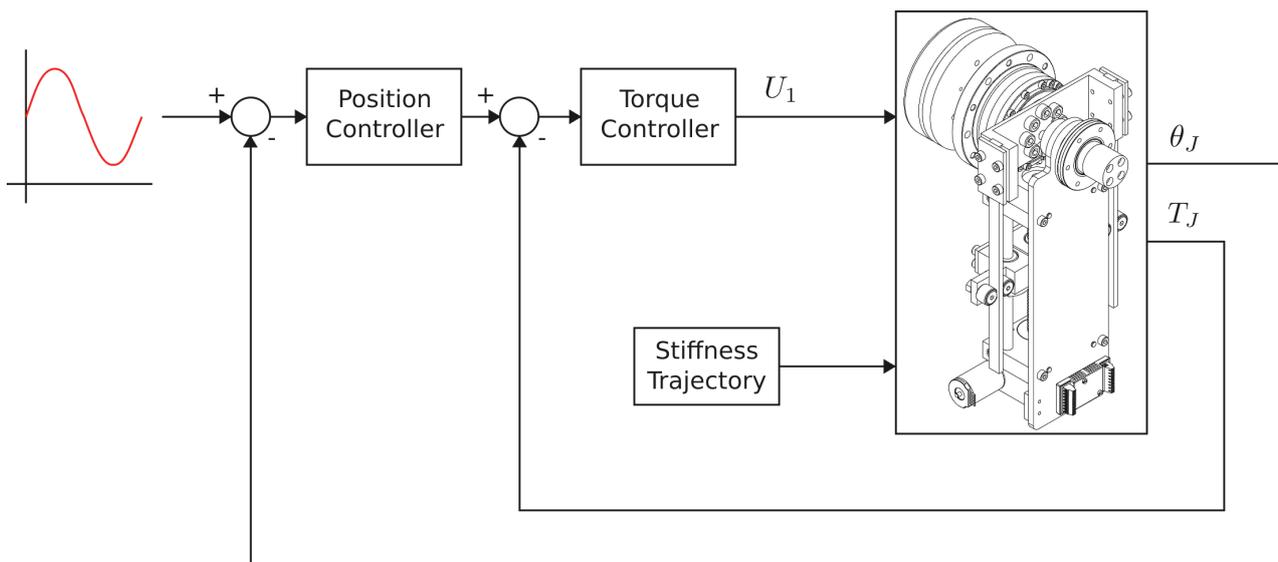


Johnson Loh

Analyse und Regelung eines mechanisch-rotatorischen Impedanz-aktuators



Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, wurden als solche kenntlich gemacht.

Ort, Datum

Unterschrift

Kurzfassung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wird ein Versuchsstand zu dem mechanisch-rotatorischen Impedanzaktors aufgebaut. Für eine sichere Interaktion mit dem Aktor in der Entwicklungsphase wird hardware- und softwareseitig ein Sicherheitssystem implementiert. Neben dem Versuchsstand werden Modellformeln für den Aktor ermittelt, im Zustandsraum modelliert und darauf basierend eine vereinfachte Struktur der Übertragungsfunktion vorgestellt, welche eine kaskadierte Regelung von Drehmoment und Position ermöglicht. Es wird ebenfalls eine Kennlinie ermittelt, um charakteristischen Steifigkeiten des Aktors graphisch erfassen zu können.

Die Regler werden lastentkoppelt entworfen, um den Anwendungsfall möglichst allgemein zu halten. Es wird eine PID-Struktur für die Regelglieder verwendet. Beim Entwurf wird das System auf Stabilität hin untersucht. Anschließend werden Modell und Regelung am Versuchsstand getestet. Der Schwerpunkt dabei liegt auf Testsignalen, die dem menschlichen Gangzyklus ähnlich sind.

Inhaltsverzeichnis

Erklärung	iii
Kurzfassung	v
Inhaltsverzeichnis	vii
Symbolverzeichnis	ix
1 Einführung	1
1.1 Aktoren mit variabler Steifigkeit	1
1.1.1 Actuator with Adjustable Stiffness	2
1.1.2 Variable Stiffness Aktuator - Harmonic Drive	3
1.1.3 KNee EXOskeleton	3
1.2 Analyseverfahren	5
2 Grundlagen	7
2.1 Gangzyklus	7
2.2 Bewegungsmuster	8
2.2.1 Kniegelenk	8
2.3 Quasi-Steifigkeit	9
2.4 Anpassung der Messdaten an den Prüfstand	10
3 Prüfstand	13
3.1 Sensorik	14
3.1.1 Drehmomentsensor	14
3.1.2 Positionssensor	14
3.2 Echtzeitsystem	15
3.3 Control flow	16
4 Modellierung	19
4.1 Bürstenloser Gleichstrommotor	19
4.2 Der Federmechanismus	21
4.2.1 Funktionsprinzip	21
4.2.2 Gleitschraubenmechanismus	23
4.3 Kennlinie der Steifigkeit	24
4.4 Mathematisches Modell	25
4.4.1 Zustandsraumdarstellung	25
4.4.2 Übertragungsmatrix	26
4.5 Regelstrecken und Übertragungsfunktionen für das vereinfachte geregelte System	27
4.5.1 Hauptsystemmodell für die Positionsregelung	27
4.5.2 Systemmodell für die Steifigkeitsregelung	29
4.6 Modellierung der Last	30
4.7 Simulation	31

5	Regelungskonzept	33
5.1	Entwurf des Regelkreises	33
5.2	Kaskadierte Regelung des Hauptsystems	35
5.2.1	Drehzahlregelung	35
5.2.2	Drehmomentregelung	36
5.2.3	Positionsregelung	39
5.3	Dynamische Einstellung der Steifigkeit	39
6	Ergebnisse	41
6.1	Versuche zum geregelten Drehmoment	41
6.1.1	Sprungversuch	41
6.1.2	Sinussignal als Referenz	42
6.2	Versuche zur geregelten Position	44
7	Zusammenfassung und Ausblick	47
A	Linearisierung	49
B	Versuchsstand- und Simulationsparameter	51
	Literaturverzeichnis	53

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

RWTH Aachen	Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
MedIT	Philips Lehrstuhl für Medizinische Informationstechnik
VSA	Variable Stiffness Actuator
AwAS	Actuator with Adjustable Stiffness
MRIA	Mechanisch-rotatorischer Impedanzaktor
PPAM	Pleated Pneumatic Artificial Muscle
SISO	Single Input Single Output
MIMO	Multiple Input Multiple Output
SEA	Serial Elastic Actuator

Physikalische Größen

t	Zeit	sec
I	Strom	A
R	Widerstand	Ω
L	Induktivität	H
U	Spannung	V
ϕ	magnetischer Fluss	Wb
θ	Winkel	rad
$\omega, \dot{\theta}$	Winkelgeschwindigkeit	$\frac{rad}{sec}$
$\ddot{\theta}$	Winkelbeschleunigung	$\frac{rad}{sec^2}$
J	Trägheitsmoment	kgm^2
B	Dämpfungskonstante	$\frac{kgm^2}{sec}$
$T_{J,L}$	Drehmoment	Nm
φ	Auslenkungswinkel	rad
R, L_e, W, T, δ, l	Länge	m
F	Kraft	N
U_J	Gelenkenergie	Nm
K_J	Gelenksteifigkeit	Nm
Z	Impedanz	Ω

Mathematische Größen

s	Laplaceparameter
$a, a', \frac{1}{\gamma}$	Übersetzungsverhältnis
b	Offsetkonstante
$K_{em,f}$	Gegeninduktionskonstante
g_{ij}, G	Übertragungsfunktion
\mathbf{x}	Zustandsvektor
\mathbf{u}	Eingangsvektor
\mathbf{y}	Ausgangsvektor
\mathbf{A}	Systemmatrix
\mathbf{B}	Eingangsmatrix
\mathbf{C}	Ausgangsmatrix
\mathbf{D}	Durchgangsmatrix
\mathbf{G}	Übertragungsmatrix
\mathbf{I}	Einheitsmatrix

Konstanten

π	3.141592653589
g	9.81 $\frac{m}{sec^2}$

1 Einführung

Viele Menschen sind aufgrund unterschiedlicher Gründe in ihrer Bewegung eingeschränkt. Vor allem die ältere Generation ist stark von Muskelschwäche (Myastenie) oder Lähmungen (Parese) bestimmter Körperteilen betroffen. Die meisten von ihnen sind dabei auf Hilfsmittel wie Rollstühle oder Krücken angewiesen. Die Hilfsmittel, die heutzutage verbreitet sind, bieten jedoch keinen natürlichen Bewegungsablauf, sodass die betroffenen Personen sich nur eingeschränkt fortbewegen können und teilweise demotiviert werden, sich ausreichend zu bewegen.

Zum Beispiel ist der Rollstuhl dadurch beschränkt, dass der Nutzer auf dem Gerät ständig sitzt und die Rollen mit seinen Armen bewegt. Das kann dazu führen, dass der Patient während der Rehabilitationsphase durch das ständige Sitzen Hautkrankheiten am Gesäß entwickelt. Desweiteren muss sich der Patient an den Bewegungsablauf des Gehens gewöhnen, falls er sich von der Krankheit erholt. Dieser Prozess kann abhängig von der vorangehenden Dauer der Krankheit und anderen Faktoren langwierig sein. Zusätzlich dazu kann er bestimmte Gebäude und Umgebungen nicht betreten, die nicht für Rollstuhlfahrer geeignet sind.

In diesen Fällen sind bewegungsunterstützende Systeme wie Exoskelette und ggf. Endoskelette für Patienten mit Amputationen interessant. Einerseits entlasten sie die Gelenke, was essentiell für den Heilungsprozess ist. Andererseits ist ein normales Gehen möglich. Das hat zur Folge, dass das System sowohl für ein Rehabilitationstraining als auch als Ersatz für Gliedmaßen bei Lähmung oder Verlust verwendet werden kann. Dabei muss insbesondere beachtet werden, dass sich die Aktoren des Systems und Gelenke des gesunden Menschen nur wenig unterscheiden.

1.1 Aktoren mit variabler Steifigkeit

Die Klasse der für diese Anwendung geeigneten Aktoren wird in der englischen Literatur *compliant actuator* genannt [HSV⁺09]. Diese beinhalten jede mögliche Implementierungsform von nachgiebigen Aktoren. Klassische Motoren sind steif in ihrer Bewegung, um präzise und ohne Überschwingen bestimmte Positionen ansteuern zu können. In der Fertigungsindustrie zum Beispiel ist dies von Vorteil, da man sich möglichst genaue Bewegungsabläufe für die Bearbeitung von Bauelementen wünscht. Im Falle der Medizintechnik sind sie nicht geeignet, da nicht die Präzision der Aktorbewegung, sondern die Sicherheit der Nutzer höchste Priorität bei der Konstruktion hat. Compliant actuator können verschieden in ihrer Implementierungsform sein. In [HSV⁺09] werden sie in vier Kategorien unterteilt: *equilibrium-controlled stiffness*, *antagonistic-controlled stiffness*, *structure-controlled stiffness* und *mechanically-controlled stiffness*. Im Folgenden wird die struktur-basierte Umsetzung näher diskutiert.

Ein Forschungsgebiet liegt in der Konstruktion von Aktoren, dessen Grad der Nachgiebigkeit steuerbar ist. Solche VSA (engl. variable stiffness actuator) sollen folgende Eigen-

schaften aufweisen: eine nachgiebige Bewegungsform und die Speicherung von Energie. Angepasst an den menschlichen Gangzyklus [SSD13] muss man im Idealfall die Steifigkeit aktiv im Bewegungsvorgang verändern. Die Umsetzung solcher Aktoren kann unterschiedlich und vielfältig ausfallen.

1.1.1 Actuator with Adjustable Stiffness

Eine Variante der VSAs wurde unter dem Namen "Actuator with Adjustable Stiffness (AwAS)" [AJ10] veröffentlicht, seitdem optimiert und weiter entwickelt [AJ11]. Ziel der Arbeit war es einen Aktor zu konstruieren, der eine sichere Alternative als Antrieb für $\frac{1}{4}$ r robotische Systeme ist. Ein Prototyp ist in Abb. 1.1 dargestellt.

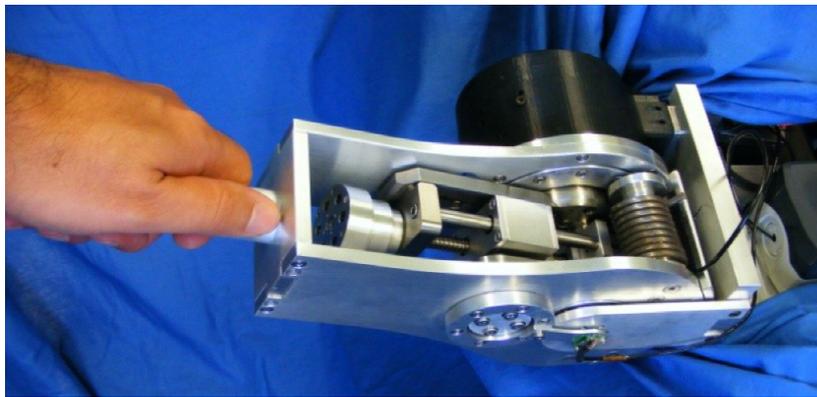


Abb. 1.1: AwAS-Prototyp [AJ10]

Die Idee dieser Konstruktion liegt darin, die direkte Kopplung von dem Motor und der Last durch einen Mechanismus mit zwei Federn und einem Hebelarm zu ersetzen (siehe Abb. 1.2). Hier wird die Eigenschaft der Feder genutzt, um den Aktor nachgiebig zu gestalten. Je nach der Länge des Hebelarmes wirkt sich die Kraft der Feder auf die Last aus. Somit ist die Steifigkeit des Systems durch die Veränderung der Federposition kontrollierbar.

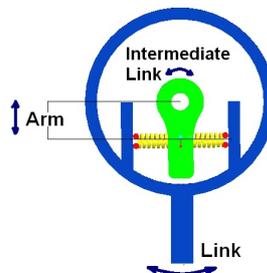


Abb. 1.2: AwAS Prinzip der Funktionalität [AJ10]

Der Vorteil dieser Konstruktion liegt in der Kompaktheit des Aufbaus. Dadurch ist er für portable Anwendungen gut geeignet. Dies hat wiederum ebenfalls Auswirkungen auf den Einstellbereich. Der Wertebereich der Steifigkeit ist gering. Dies ist durch die Konstruktion des Hebelarms bedingt.

1.1.2 Variable Stiffness Aktuator - Harmonic Drive

Das VSA-HD ist eine Entwicklung aus mehreren Prototypen der Universität von Pisa. Hier ist ebenfalls eine sichere Mensch-Maschine-Interaktion der treibende Aspekt der Erfindung.

Der Aktor realisiert den Federmechanismus durch ein Konstrukt aus vier verbundenen Stangen (siehe Abb. 1.3). Das eine Ende ist fixiert und mit einem Motor verbunden. Das andere Ende ist ebenfalls fixiert und weist eine lineare Federcharakteristik auf. Die mittleren Verbundgelenke der Stangen sind wiederum frei beweglich jedoch fest miteinander verbunden. Der gesamte Aufbau ist vereinfacht eine Feder mit einem Hebelarm, dessen Länge durch die Lage der Stangen festgelegt wird.

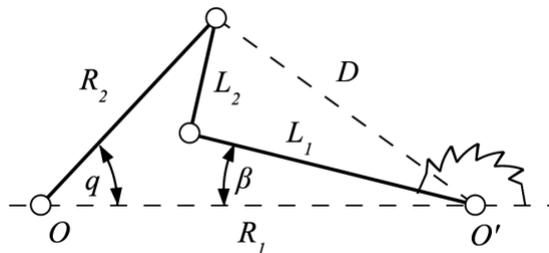


Abb. 1.3: VSA-HD Prinzip der Funktionalität [CGB⁺]

Der Winkel an der ersten Stange kann man mittels des Motors variieren, somit kann man den virtuellen Hebelarm zu der Torsionsfeder verändern. Durch diesen Aufbau ist das Verhältnis von Winkel zu Federkonstanten nichtlinear und trotzdem ist die VSA-Charakteristik gegeben.

Der letzte Prototyp des Aktors ist komplexer aufgebaut, implementiert jedoch das oben genannte Prinzip. Er wird bereits in einigen Anwendungen getestet wie z.B. dem VSA-CubeBot (siehe Abb. 1.4). Dabei wird eine quadratische Ausführung des Aktors nach dem Baukastenprinzip für Gelenke unterschiedlicher Systeme verwendet [CGG⁺11].

1.1.3 KNee EXOskeleton

Eine weitere Variante ist nah dem menschlichen Muskel nachempfunden. Beim KNEXO [Bey10] werden künstliche, pneumatische Muskeln (Pleated Pneumatic Artificial Muscle



Abb. 1.4: CubeBot mit VSA-HD Aktoren als Gelenke [CGG⁺11]

(PPAM)) als Aktoren verwendet (siehe Abb. 1.5). Diese haben in ihrer Funktionsweise und ihren Eigenschaften große Ähnlichkeiten zum Menschen.

Das KNEXO wurde von *Dr. Pieter Beyl et al.* um 2010 an der Fakultät für Ingenieurwissenschaften in Vrije Universiteit Brussel, entwickelt. Fokus des Aktors liegt in der Bewegungsunterstützung von Patienten mit z.B. Multiple Sklerose.

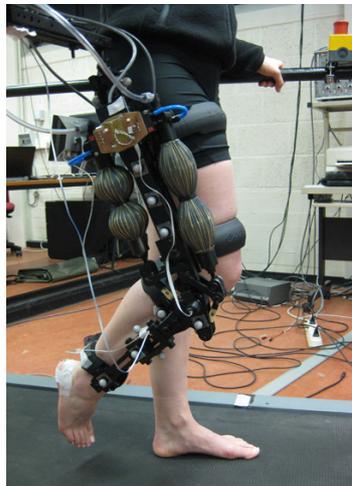


Abb. 1.5: KNeE EXOskeleton (KNEXO) [Bey10] im Gehexperiment. Die Versuchsperson mit Multiple Sklerose führt mit dem Aktor auf dem Laufband Gehbewegungen aus.

In diesem Fall nutzt man das antagonistische Wirkungsprinzip des Muskels. Wenn man sich das Knie als Schaniergelenk mit einem Freiheitsgrad in der Sagittalebene vorstellt, so wird die Bewegung in eine Richtung durch Kontraktion des Muskels auf der entsprechenden Seite und die Bewegung in die entgegengesetzte Richtung demnach vom gegenüberliegenden Muskel bewirkt. Das Zusammenspiel zwischen *Agonisten* und

Antagonisten wird auch beim KNEXO verwendet. Dabei wird die mechanische Impedanz des menschlichen Muskels im PPAM simuliert. Durch die direkte Nachbildung des Muskels und ihrer Wirkungsweise wird eine genaue an den Menschen angepasste Gelenksteifigkeit erreicht.

1.2 Analyseverfahren

Die in Kap. 1.1 vorgestellten Aktoren wurden auf Basis ihres mechanischen Aufbaus modelliert und daraufhin hinsichtlich ihrer Möglichkeiten der Steifigkeitsänderungen, Effektivität und Positions-/Drehmomentregelung untersucht. Dabei wurden unterschiedlichen Verfahren angewandt, die ebenfalls an dem mechanisch-rotatorischen Impedanzaktor (MRIA) möglich sind.

Eine Methode ist die last-entkoppelte Analyse des Aktors. Es stehen hierbei die Genauigkeit der mechanischen Modellierung im Vordergrund. Gegenstand der Analyse sind die Modellparametrisierung und die Einstellmöglichkeiten des System in Abhängigkeit der Eingangsparameter. Obwohl dieses Verfahren ein detailliertes Bild von den Systemmöglichkeiten vermittelt, liefert diese keine Aussage darüber, wie sich das System in der dynamischen Anwendung verhält. Außerdem zeigt es im Allgemeinen ein anderes Verhalten bei Kopplung mit einer Last.

Eine sinnvolle Erweiterung zu der last-entkoppelten Analyse sind dynamische Tests mit anwendungspezifischer Last. In diesem Fall ist die Bewegungsunterstützung beeinträchtigter Personen der Hauptaspekt der Analyse. Daher wird in Kap. 2 ein mögliches Referenzsignal vorgestellt für dynamische Untersuchungen.

2 Grundlagen

Das MRJA kann optimal eingesetzt werden, wenn seine Steifigkeit an den menschlichen Gangzyklus angepasst ist. Ein Grundverständnis in diesem Bereich der Biomechanik ist dabei erforderlich. Darüber hinaus sind elementare Strukturen verschiedener Parameter wie Gelenkwinkel und Drehmoment des Gelenks nützlich. Daraus kann man Referenztrajektorien für Tests extrahieren. Zudem kann man den Betriebsbereich des Aktors eingrenzen, da die menschlichen Gelenke aufgrund ihres anatomischen Aufbaus begrenzt sind.

2.1 Gangzyklus

Obwohl der Körper sich auf eine Art und Weise fortbewegt, in der er sich optimal der Umgebung anpasst, lassen sich trotzdem wesentliche Charakteristika erkennen. Betrachtet man den Gang des Menschen als zyklischen Vorgang einer sich wiederholenden Sequenz von Bewegungsabläufen, so kann sie in zwei grobe Phasen aufgeteilt werden: Die Stand- und die Schwungphase. In der Standphase befindet sich der Fuss im unmittelbarem Kontakt mit dem Boden. In der Schwungphase wird das Glied angehoben und nach vorne geschwungen. Genauer betrachtet sind in einem Gangzyklus acht verschiedene Unterphasen zu erkennen, die jeweils einen funktionellen Ablauf charakterisieren (siehe Abb. 2.1).

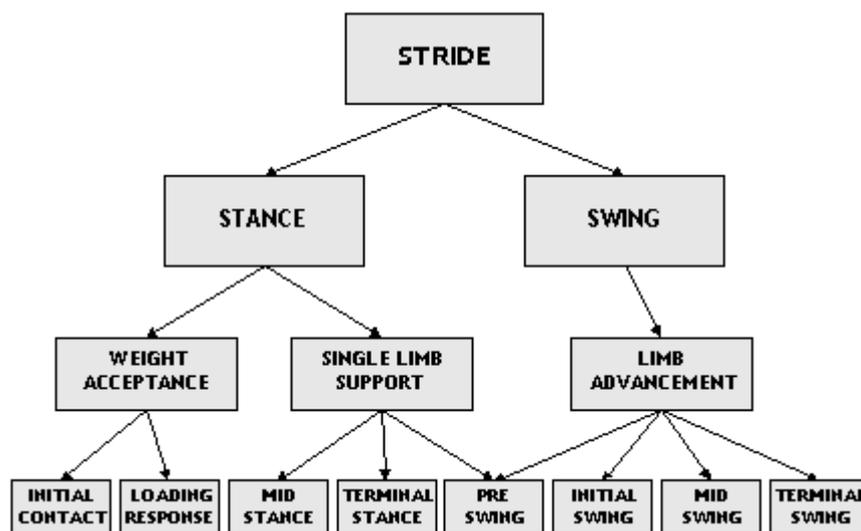


Abb. 2.1: Aufteilung des Gangzyklus [MD92]

Wie man im Zweig der Standphase erkennen kann werden in einem Teil beide Gliedmaßen belastet (*weight acceptance*). Dabei befinden sich beide Füße im Kontakt mit dem Boden und die Last wird von einem Glied auf das andere übertragen. Der andere Teil der Standphase (*single limb support*) findet parallel zu der Schwungphase statt, in der das stehende

Bein die gesamte Last des Körpers trägt. Zeitlich betrachtet nimmt die Standphase bei einer normierten Geschwindigkeit der Fortbewegung ($80 \frac{m}{min}$) 62% und die Schwungphase 38% des Gangzyklus ein [MD92]. Insgesamt betrachtet führen die Interaktionen beider unteren Extremitäten zu einer Fortbewegung, bei der der Körper sich auch stabil mitbewegt.

2.2 Bewegungsmuster

Ziel des zukünftigen Projekts 'Medit Exoskelett' ist es den Hüft- und Kniebereich eines Patienten zu unterstützen. Daher ist ein näheres Verständnis von der Bewegung dieser Gelenke erforderlich. Da der Aktor nur einen Freiheitsgrad besitzt, wird im Folgenden der Schwerpunkt auf die Sagittalebene gelegt. Die Gelenkbewegung in dieser Ebene ist primär für die Fortbewegung des Körpers verantwortlich.

2.2.1 Kniegelenk

Das Kniegelenk bewegt sich im Normalfall zwischen ungefähr 0° und 70° . Abweichungen können durch verschiedene Ganggeschwindigkeiten und individuelle Merkmale eines Subjekts entstehen. Ein exemplarischer Verlauf des Kniewinkels und des Drehmoments im Knie ist in Abb. 2.2 dargestellt. Hierbei beschreibt 0° die Position, in der sich der Unterschenkel mit dem Oberschenkel auf einer Geraden befindet. Eine positive Winkeländerung entspricht der Bewegung des Unterschenkels in die entgegengesetzte Richtung der Fußspitze. Man erkennt zwei Sinusperioden mit unterschiedlicher Amplitude in der Stand-/Schwungphase.

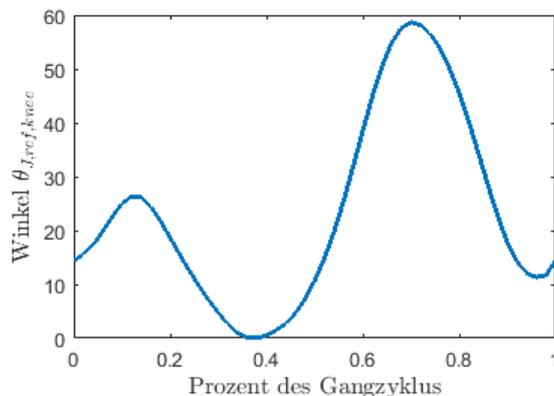


Abb. 2.2: Kniebewegung in einem Gangzyklus bei normalem Gang [SHHR06]

Die Grafik 2.2 zeigt die gemittelten Gangdaten aus einer Langzeitstudie [SHHR06]. Diese Daten wurden bei einer Geschwindigkeit von $1.5 \frac{m}{s}$ ($90 \frac{m}{min}$) aufgenommen und dienen in dieser Arbeit als eines der Referenzsignale für den Aktor.

2.3 Quasi-Steifigkeit

Die sogenannte Quasi-Steifigkeit (*engl.: quasi-stiffness*) ist definiert als die Ableitung der Funktion im Drehmoment-Winkel-Diagramm. Im Falle eines menschlichen Gelenkes ist es naheliegend eine entsprechend unterstützende Steifigkeit im Aktor zu generieren. Außerdem ist die Änderung der Steifigkeit im Aktor durch die Motorgeschwindigkeit begrenzt. Daher ist es sinnvoll den Gangzyklus in zwei Zeitabschnitte einzuteilen, in denen ein konstanter Wert eingestellt wird. Dieser Wert sollte für die entsprechenden Phasen (Stand-/Schwungphase) optimal gewählt werden. *Shamei et al.* haben eine Methode entwickelt, mit der man auf Grundlage von Staturparameter des Menschen geeignete Steifigkeiten in der Standphase schätzen kann ([SSD13] Table 3).

Durch Einfügen charakteristischer Werte für die Größe und Gewicht der Patienten kann man einen Wertebereich von $150 \frac{Nm}{rad}$ bis $400 \frac{Nm}{rad}$ schätzen, der relevant für den Aktor ist. In der Schwungphase hingegen ist eine kleine Steifigkeit zwischen $-30 \frac{Nm}{rad}$ und $30 \frac{Nm}{rad}$ zu erkennen ([SSD13] Fig. 1).

Durch eine heuristische Approximation der Quasi-Steifigkeit, die ebenfalls von *Shamei et al.* in [SSD13] (Table 2) für die Standphase des Gangzyklus in Abhängigkeit des Kniewinkels vorgestellt wurde, kann ein Verlauf ihrer über die Zeit aufgetragen werden. Damit ergibt sich das in Abb. 2.3 dargestellte Diagramm.

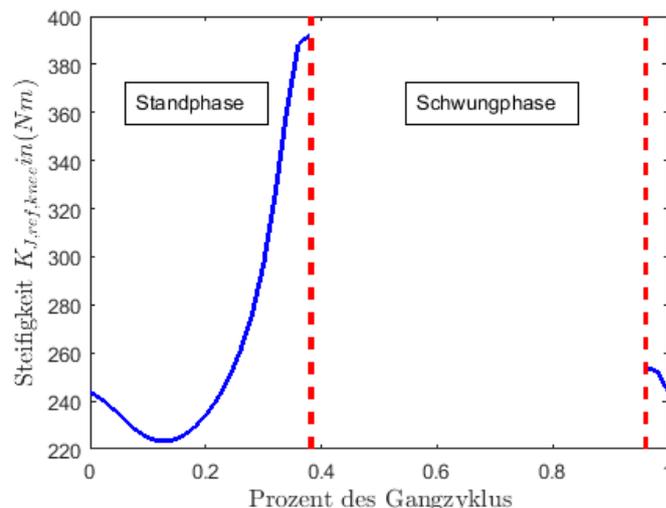


Abb. 2.3: Zeitlicher Verlauf der Quasi-Steifigkeit in einem Gangzyklus

Es wurde ein durchschnittlicher Mensch mit einer Größe von 1.80 m und einer Masse von

70 kg angenommen, der sich mit einer mittleren Geschwindigkeit $1.5 \frac{m}{sec}$ fortbewegt. Die Schwungphase ist durch die angewendete Formel nicht berücksichtigt worden. Deswegen ist diese im Diagramm 2.3 nicht mit eingezeichnet. Der Übergang von Stand- zu Schwungphase und vice versa werden definiert als die Minima des Kniewinkelverlaufs. Man erkennt den vorhergesehenen Wertebereich im Diagramm wieder und das antiproportionale Verhältnis von Winkel und Steifigkeit. Dieser Verlauf kann in zukünftigen Arbeiten in einem VSA rekonstruiert werden.

2.4 Anpassung der Messdaten an den Prüfstand

Tests sind in dem Prüfstand, der in Kap. 3 näher erläutert wird, nur begrenzt möglich. Das System zur Simulation der betreffenden Körperteile besteht hauptsächlich aus einem Pendel, dessen Dynamik gekoppelt am Aktor wie folgt beschrieben werden kann:

$$T_J = J_L \cdot \ddot{\theta}_J + B_J \cdot \dot{\theta}_J + T_L \quad (2.1)$$

$$T_L = m_L \cdot g \cdot l \cdot \sin(\theta_J) \quad (2.2)$$

Das statisch erzeugte Drehmoment T_L in Gleichung 2.2 ist klassisch mit der trigonometrischen Beziehung eines Pendels herzuleiten. Das dynamische Verhalten wird durch die Differenzialgleichung in Glg. 2.1 beschrieben unter Beachtung der Massenträgheit J_L und der Reibung B_J . Dabei werden ausschließlich lineare Reibungseffekte berücksichtigt. Der θ_J stellt den Winkel zwischen dem Lot des Pendels und ihrer Auslenkung dar.

Das Referenzsignal in Abb. 2.2 ist daher ungeeignet für den Prüfstand, da der Winkel sich relativ zu einer rotierenden Achse¹ bewegt. Betrachtet man daher das Koordinatensystem des Hüftwinkels als absolut und das des Kniewinkels als rotierendes Koordinatensystem mit dem Nullzustand am Hüftwinkel so ergibt sich als absoluter Kniewinkel der in Abb. 2.4 abgebildete Verlauf.

Da der Gangzyklus eine Periode in einem zyklisch sich wiederholenden Vorgang darstellt, kann man das Referenzsignal eine Reihe von gewichteten Sinus-/Kosinusfunktionen darstellen. Die Fourierreihenentwicklung der Messdaten in der Form

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \quad (2.3)$$

liefert für eine Approximation erster Ordnung folgende Koeffizienten für die Positionstrajektorien

¹Oberschenkelachse als Nullzustand

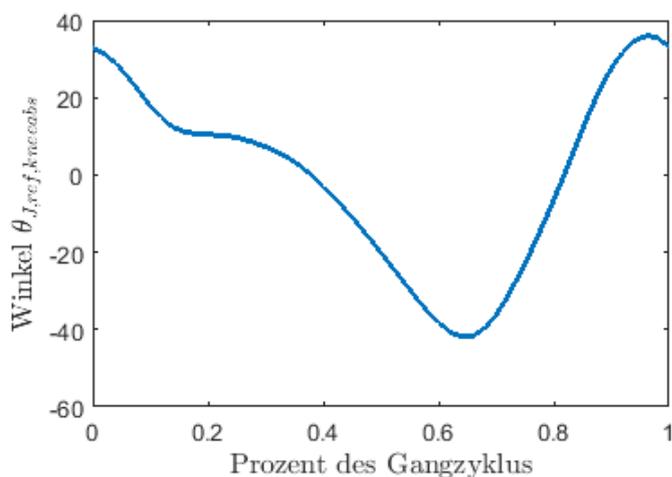


Abb. 2.4: Absoluter Kniewinkel in der Saggitalebene

Trajektorie	a_0 in $^\circ$	a_1 in $^\circ$	b_1 in $^\circ$	ω in rad/GZ	max. rel. Fehler in %
Knie(relativ)	22.53	18.28	-13.69	7.848	22.75
Knie(absolut)	19.78	27.12	5.965	7.06	3.23
Hüfte	-2.514	20.47	22.87	6.832	3.26

und die Drehmomenttrajektorien:

Trajektorie	a_0 in $^\circ$	a_1 in $^\circ$	b_1 in $^\circ$	ω in rad/GZ	max. rel. Fehler in %
Knie(relativ)	3.374	4.174	15.69	11.78	28.54
Hüfte	4.725	15.11	-31.16	4.205	-9.67

Durch Umwandlung der Gleichung 2.3 in die phasenverschobene Form der Fourierreihe erkennt man die Annäherung einer phasenverschobenen Sinusfunktion mit Gleichanteil. Die Abweichungen beim absoluten Kniewinkel und Hüftwinkel bzw. Hüftdrehmoment liegen unter dem Bereich wie die von *Shamai et. al* in [SSD13] approximierten Steifigkeitswerte. Daher sind dynamische Untersuchungen des Aktors mithilfe von einfachen Sinusschwingungen eine gute Näherungslösung zu den in Abb. 2.2-2.4 dargestellten exakten Trajektorien.

3 Prüfstand

Der Prüfstand dient als sichere Umgebung, um simulierte Regelkonzepte am realen Prototypen zu testen und diese zu optimieren. In diesem Aufbau wird das Echtzeitsystem *DS1103* von *dSpace* verwendet. Dadurch ist eine direkte Integration von Simulinkmodellen in ein Echtzeitinterface zur Kommunikation mit dem Aktor möglich. Als Feedback sind zwei Sensoren am Prüfstand angebracht, die im Kapitel 3.1 näher erläutert werden. Zum einen wird ein Drehmomentsensor über eine Welle mit dem Aktor verbunden, wobei der möglichst nah am Aktor angebracht wird, um Ungenauigkeiten in der Messung zu minimieren. Zum anderen wird ein Positionssensor an der Welle fixiert. Hierbei spielt die Position des Sensors keine Rolle, da die Torsion der Welle einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Abweichung zwischen dem erfassten und dem tatsächlichen Winkel der Abtriebsseite hat. Als Last wird ein Pendel verwendet, wobei hier der Hebelarm zum Masseschwerpunkt $l_L = 0.478m$ verwendet wird, welches als Näherung für den Abstand zwischen Hüft- und Kniegelenk bzw. Knie- und Fußgelenk dient. Dieser kann sich durch die Eigenmasse der Pendelstange geringfügig verändern. Auch hier ist eine Positionierung nah am Aktor von Vorteil, daher ist sie in diesem Aufbau direkt hinter dem Drehmomentsensor angebracht.

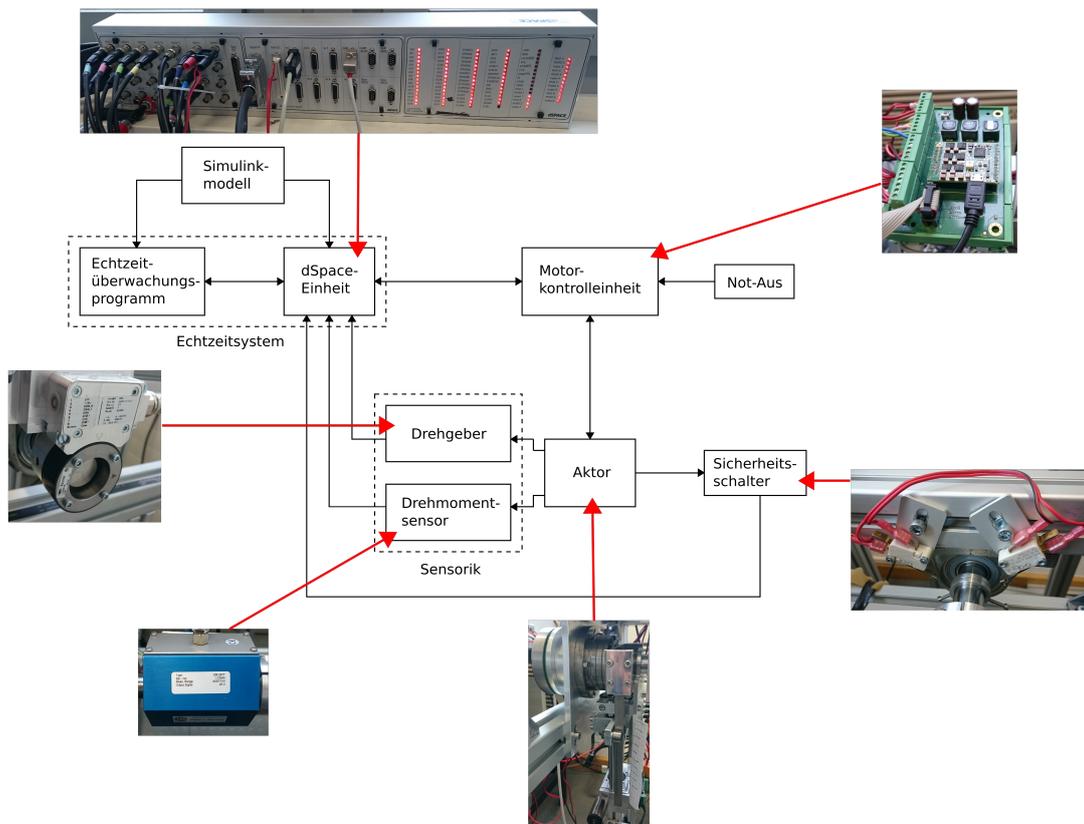


Abb. 3.1: Interaktionsschema zwischen Aktor, Sensorik, Echtzeitsystem und mechanische Sicherheitsfunktionen

Die Welle wird mit zwei Kugellagern am Gerüst befestigt. Das hat einen Einfluss auf die Reibung bei der Kraftübertragung der Last auf den Aktor. Im Modell kann diese Reibung entweder im Systemrauschen oder als zusätzliche Reibungskomponente der Last berücksichtigt werden. Desweiteren sind Sicherheitsschalter angebracht, die bei Überschreitung des zulässigen Winkelbereichs $[-30^\circ, 30^\circ]$ getriggert werden. Die Sicherheitsfunktion mittels der Trigger wird in Kapitel 3.3 näher erläutert.

Die Abb. 3.1 verdeutlicht die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Komponenten. Ein Simulinkmodell mit den Regelungsalgorithmen wird in das Echtzeitsystem übertragen und dient daraufhin als vorläufigen Regler des Systems. Vorteil des *dSpace*-Systems ist, dass Regelalgorithmen, Reglerparameter etc. schnell oder sogar am laufendem System eingestellt werden können. Diese Komponente wird im angewendeten Fall mit einem statisch implementierten, kompakteren Bauteil ersetzt. Die Kommunikation mit dem Aktor verläuft über die Motorkontrolleinheit des Hauptantriebes vom Aktor. Dieser besitzt selbst eine Strom- oder Geschwindigkeitsregelung, wobei hier die letztere genutzt wird ([Wye06]).

3.1 Sensorik

3.1.1 Drehmomentsensor

Zur Erfassung des Drehmoments an der Abtriebsseite wird ein Drehmomentsensor¹ von der *Lorenz Messtechnik GmbH* verwendet. Das Nenndrehmoment von $0.2Nm$ bis $200Nm$ ist ausreichend für die Anwendung, da die typischen Werte im Bereich $[-50Nm, 50Nm]$ liegen (siehe Kapitel 2). Das durch das Drehmoment verursachte Ausgangssignal liegt in Form einer Spannung vor, das in die *dSpace*-Einheit gespeist und verarbeitet wird. Der Wertebereich des Ausgangs liegt dabei zwischen $\pm 5V$, welches für den zukünftigen Einsatz von Mikrocontrollern besser geeignet ist als der optionale Bereich zwischen $\pm 10V$.

3.1.2 Positionssensor

Die Winkelmessung erfolgt über einen lagerlosen Absolut-Drehgeber², der am Ende der Welle angebracht ist. Sie erfolgt ohne direkten Kontakt mit der Welle durch magnetische Abtastung eines vorher an der Welle angebrachten Polrades und ist somit reibungslos. Dadurch können Störgrößen weitgehend ausgeschlossen werden. Der Winkelmessbereich von $[0^\circ, 360^\circ]$ bzw. $[0, 2\pi]$ wird mittels einer proportionalen Spannung über ein Koaxialkabel übertragen, weswegen das Messrauschen auf der Übertragungsstrecke minimiert wird. In diesem Aufbau wird als Nullzustand³ der Winkel 90° im Absolut-Drehgeber gewählt,

¹DR-2477, Berührungsloser Drehmomentsensor, rotierend

²HDmag MHAD, Baumer GmbH

³Pendel in der Lotgeraden zum Boden

da sowohl positive als auch negative Winkelpositionen angefahren werden müssen. Eine entsprechende Konvertierung der Messwerte wird im Simulationsmodell mit einem Offset berücksichtigt. Im mathematischen Modell hingegen wird die konvertierte Größe verwendet.

3.2 Echtzeitsystem

Das Rapid-Control-Prototyping-System besteht hauptsächlich aus zwei Komponenten. Hardwareseitig wird eine Reglerkarte⁴ als Schnittstelle zwischen I/O-Ports und Algorithmus eingesetzt. Überwacht wird das System über eine universelle Experimentier- und Instrumentiersoftware⁵. Mit ihr werden die ein- und ausgehenden Signale aufgezeichnet sowie gesteuert. Eine Abbildung der Testumgebung ist in Abb. 3.2 dargestellt.

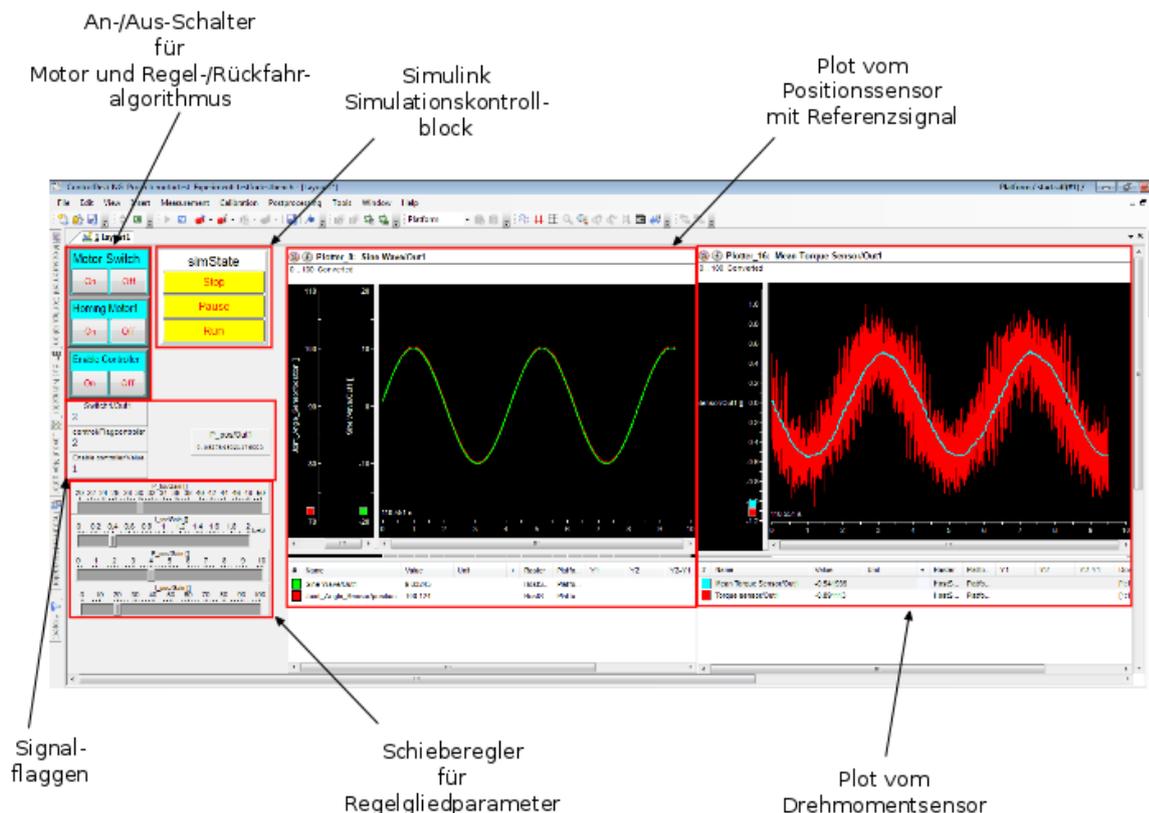


Abb. 3.2: Screenshot der universellen Experiment- und Instrumentiersoftware

⁴DS1103 PPC Controller Board, dSpace GmbH

⁵ControlDesk[®] Next Generation, dSpace GmbH

Ein wichtiger Vorteil dieses Systems ist, dass die Umgebung komplett mit Simulink programmiert werden kann. Somit ist eine eigenständige Umsetzung der Simulation in C-Code nicht mehr notwendig. Desweiteren können neue Reglerparameter oder sogar neue Regleralgorithmen schnell und einfach implementiert sowie analysiert werden.

3.3 Control flow

Sowohl im Prüfstand als auch in angewendeten Prototypen steht der Sicherheitsaspekt der Patienten, Anwender und Dritter immer im Vordergrund. Daher wurde für den ersteren Fall zusätzlich zum Not-Aus-Schalter, der im Notfall die Stromzufuhr zum Aktor ausschaltet, ein zweistufiges Sicherheitssystem implementiert.

Während der Not-Aus manuell am Aufbau betätigt werden muss, sollte der Aktor auch programmseitig vom Strom entkoppelt werden können. Das Prinzip des Programmes wird in Abb. 3.3 als Zustandsautomat dargestellt.

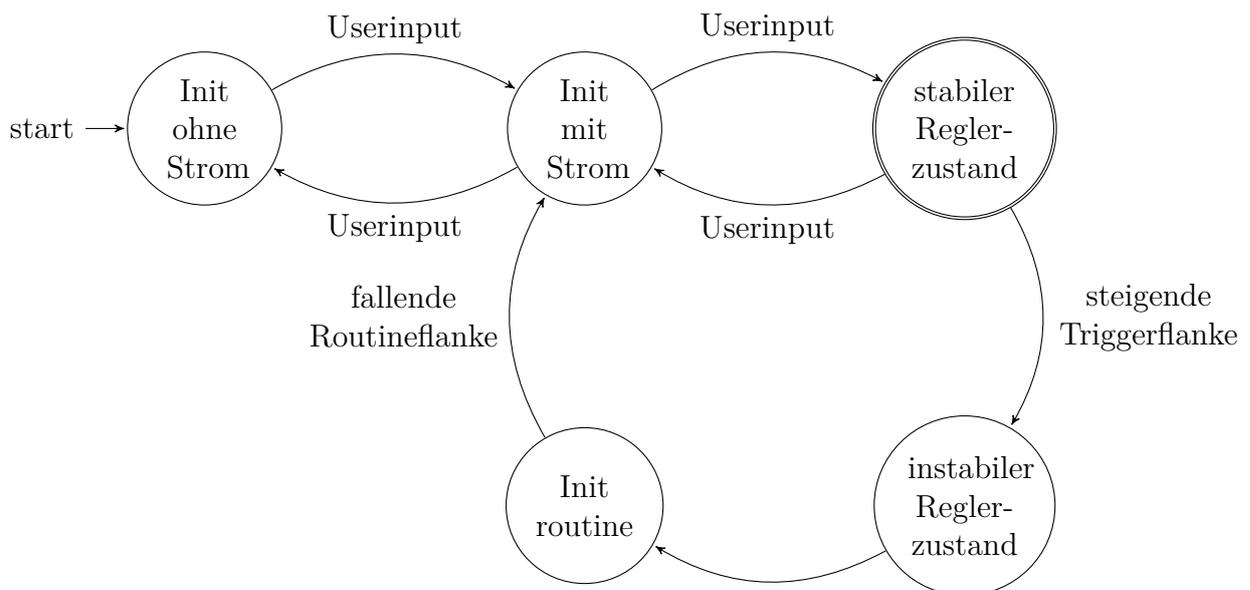


Abb. 3.3: Startroutine eines Reglertests

Über das Echtzeitprogramm kann die Stromzufuhr an- und ausgeschaltet werden. Die Regelung wird erst nach Bestätigung des Nutzers aktiviert. Sobald unvorhergesehene Abweichungen über Taster an der Gewindestange erfasst werden, wird der Regleralgorithmus in der Simulation mittels der Interruptroutine eingefroren und resettet. Der Aktor selbst wird in den Nullzustand zurückgefahren und gibt den Algorithmus wieder frei. Die Zustände werden durch einen virtuellen RS-Flip-Flop realisiert, da die Flankentriggerung keinen signifikanten instabilen Zustand des Flip-Flops zulässt (alternativ JK-Flip-Flop).

In der Abb. 3.4 ist das Modell im Flussdiagramm dargestellt. Zuerst wird das eingehende

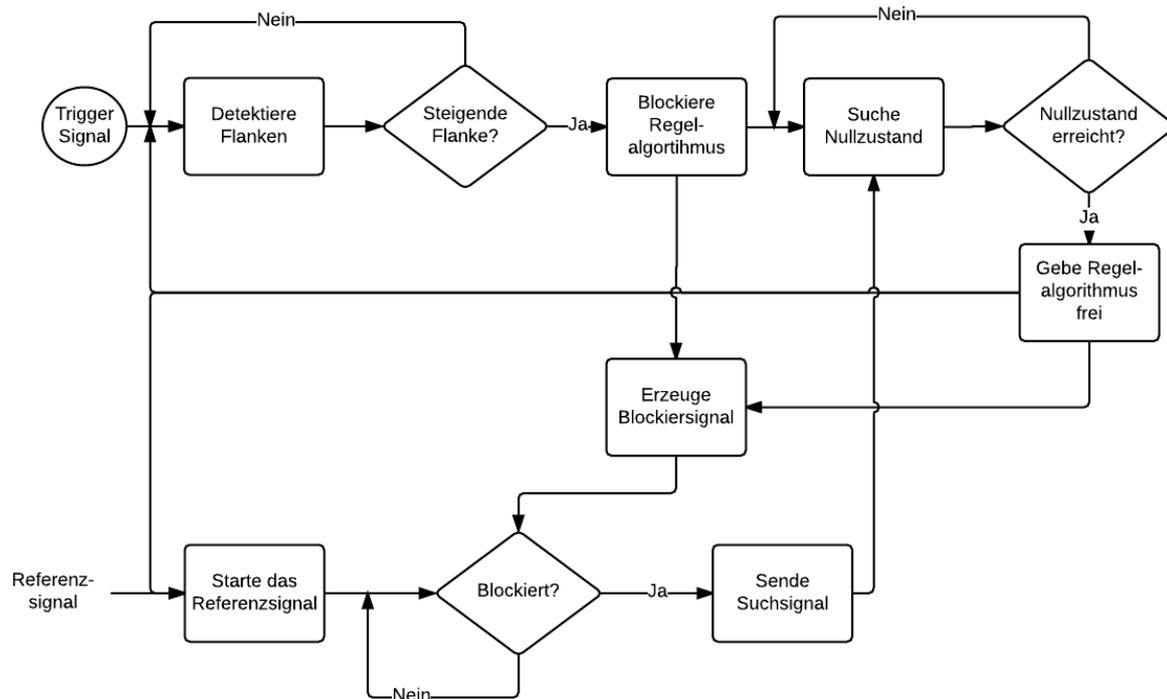


Abb. 3.4: Implementierung der Sicherheitsfunktion im Flussdiagramm

Triggersignal mit einem Differenzierer in Impulse umgewandelt, die den Zustand in „instabil“ setzt. Das Referenzsignal wird blockiert und stattdessen wird ein Suchsignal gesendet, der die stabile Pendelposition finden soll. Sobald sie gefunden ist, wird der Regler freigegeben und das Referenzsignal von vorne gestartet. Der Zeitreset der Referenz wird dadurch realisiert, dass das Eingangssignal nicht nach der simulierten Zeit läuft, sondern nach einer neu definierten Uhr. Diese Uhr beinhaltet zunächst die simulierte Zeit und zieht von dieser den Zeitpunkt ab, an dem der Regler angeschaltet wird, d.h. die Zeit steht auf Null, wenn der Regleralgorithmus nicht verwendet wird und läuft beim Anschalten von neuem an.

4 Modellierung

Der Mechanisch-rotatorischer Impedanzaktor ist grundsätzlich aus folgenden Bestandteilen aufgebaut: Zwei *brushless DC* Motoren (BLDC), ein Federmechanismus und diverse mechanische Bauteile zur Verknüpfung der Systemkomponenten. Der erste Motor ist über ein Getriebe am Biegebalken verbunden, die ein Teil des Federmechanismus darstellen. Dabei können die Balken von einstellbaren Schrauben ausgelenkt werden. Diese werden vom zweiten Motor angetrieben. Der Federmechanismus selbst kann mithilfe einer geeigneten Schnittstelle an das menschliche Gelenk gekoppelt werden. Die Abb. 4.1 zeigt noch einmal den Gesamtaufbau des Aktors.

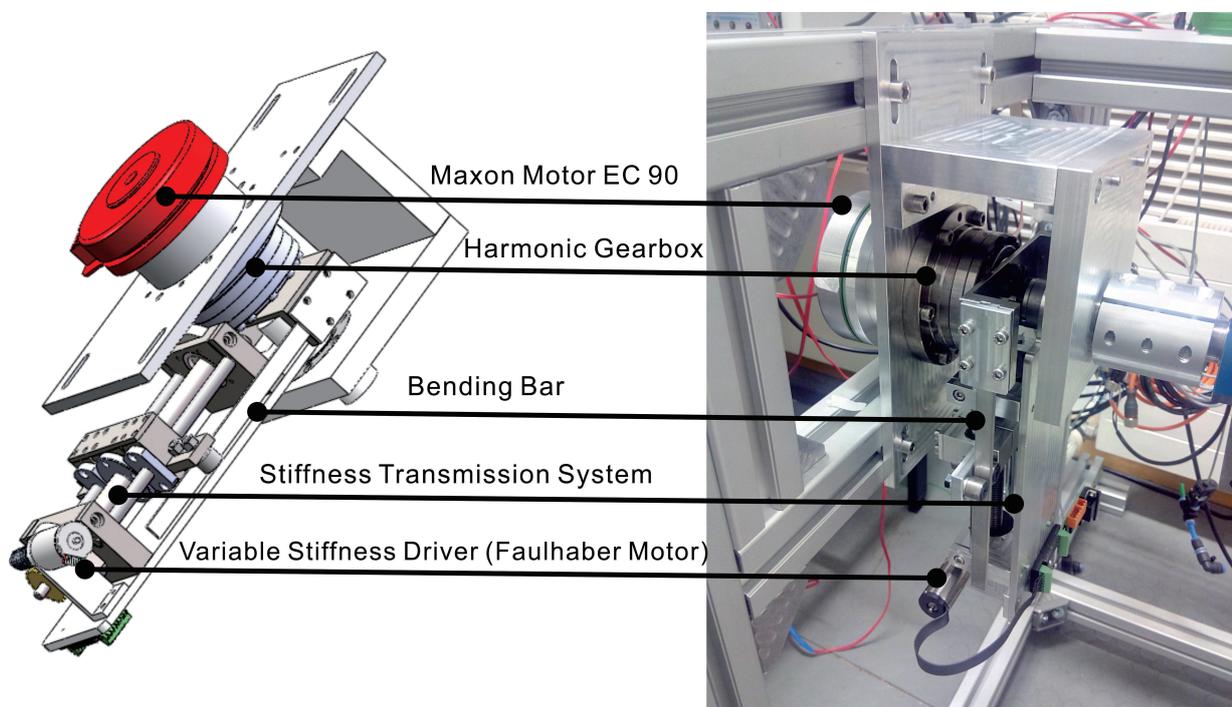


Abb. 4.1: Gesamtaufbau des MRSA Ver.2

Im Folgenden wird detailliert auf die Funktionsweise und mathematische Modellierung der einzelnen Bestandteile eingegangen.

4.1 Bürstenloser Gleichstrommotor

Die bürstenlose Gleichstrommaschine (BLDC) gehört nicht wie der Name hindeutet zu den Gleichstrommaschinen, sondern ist vom Aufbau her eine Asynchronmaschine. Der Stator ist auf seiner Innenseite mit Erregerwicklungen versehen, die längs der Rotationsachse verlaufen. Diese werden mit einer Wechselspannung gespeist. Dadurch entsteht ein rotierendes

Feld innerhalb des Stators. Der Rotor (auch Anker) hingegen ist mit Permanentmagneten aufgebaut, das selbst ein statisches Feld erzeugt. Wenn der Anker sich beweglich in dem Stator befindet, wird ein Drehmoment verursacht, um die drehenden Feldveränderungen im Motor zu kompensieren. Ein stark vereinfachter Aufbau eines Asynchronmotors ist in Abb. 4.2 dargestellt.

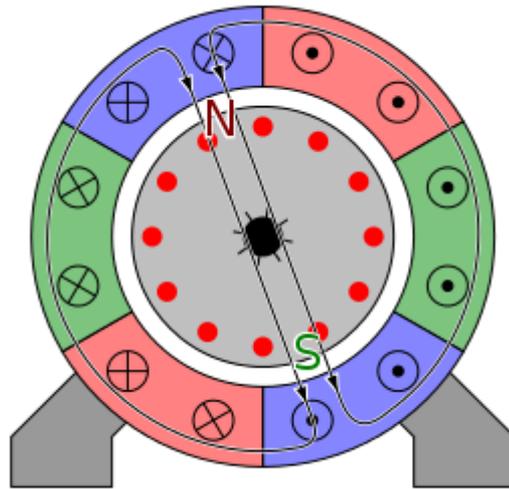


Abb. 4.2: Aufbau einer Asynchronmaschine [Bie09]

Der BLDC-Motor wird mit einer Gleichspannung gespeist, die mittels Leistungselektronik in eine geeignete Wechselspannung für das Prinzip der Asynchronmaschine umgewandelt wird.

Mathematisch gesehen kann man den Motor mit einem Gleichstrommotor annähern, wenn man das Permanentmagnetfeld als konstant annimmt und sonstige Nichtlinearitäten in der Umsetzung von DC (Gleichspannung) in AC (Wechselspannung) oder im Verhalten der Asynchronmaschine vernachlässigt. Dadurch ergibt sich das in Abb. 4.3 abgebildete elektrische Ersatzschaltbild.

Durch Umformung der elektrischen Maschengleichungen und mechanischen Momentgleichgewichtsgleichungen ergeben sich die charakteristischen Gleichungen:

$$\frac{d}{dt} I_M \cdot L_M + R_M \cdot I_M + K_{emf} \cdot \dot{\theta} = U_{in} \quad (4.1)$$

$$J \cdot \ddot{\theta} + B \cdot \dot{\theta} + T = K_{emf} \cdot I_M \quad (4.2)$$

Man kann sehen, dass der Ankerstrom I_M skaliert mit einer Gegeninduktionskonstante K_{emf} ein Drehmoment T erzeugt, der von der Gleitreibung B und der Trägheit J des Motors beeinflusst wird. Die Beziehung von der Eingangsspannung U_{in} zu dem Ankerstrom kann klassisch mit einer Induktivität L_M und einem Widerstand R_M modelliert werden.

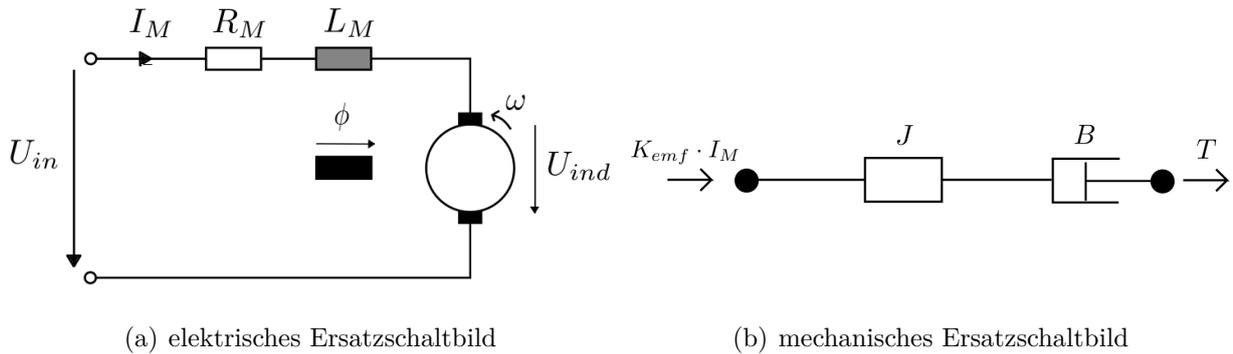


Abb. 4.3: Ersatzschaltbild eines BLDC-Motors

Die Wirkung der Eigeninduktion des Motors ist abhängig von der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta} = \omega$ und wird ebenfalls berücksichtigt. Im Folgenden bezeichnet der Index 1 und 2 die Parameter der entsprechenden Motoren 1 und 2 des MRIsAs.

4.2 Der Federmechanismus

4.2.1 Funktionsprinzip

Um die Nachgiebigkeit des rotierenden Systems zu realisieren wird die Wirkungsweise eines Kragbalkens auf äußere Krafteinwirkung ausgenutzt. In diesem System werden zwei symmetrisch angeordnete Biegebalken verwendet. Anders als in der Abb. 4.4 dargestellt, sind in der zweiten Version alle Biegebalken parallel an einer Seite angeordnet.

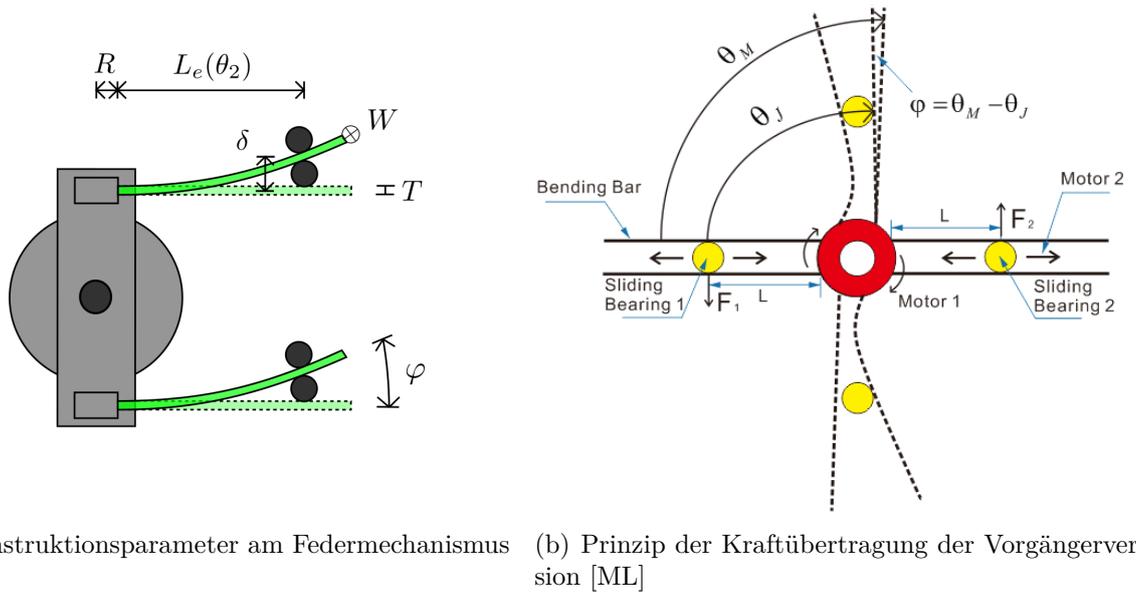
Die Kraft F , die notwendig ist um den Balken senkrecht um δ auszulenken ergibt sich durch:

$$F = \frac{E \cdot W \cdot T^3}{4 \cdot L_e(\theta_2)^3} \cdot \delta \quad (4.3)$$

Beim MRIA wird die Auslenkung der Biegebalken durch die Differenz zwischen dem Winkel vom ersten Motor mit Getriebe $\theta_M = \frac{\theta_1}{\gamma_1}$ und dem aktuellen Winkel des Gelenks θ_J verursacht (im folgenden Auslenkungswinkel φ), wobei $\frac{1}{\gamma_1}$ der Übertragungsfaktor des Getriebes ist. Mit dem trigonometrischen Zusammenhang¹ $\delta = (R + L_e(\theta_2)) \cdot \varphi$ und der Symmetrie des Aufbaus ergibt sich für den erzeugten Drehmoment des Gelenks:

$$\begin{aligned} T_J &= 2 \cdot F \cdot (R + L_e(\theta_2)) \\ &= \frac{EWT^3}{2 \cdot L_e(\theta_2)^3} \cdot (R + L_e(\theta_2))^2 \cdot \varphi \\ &= K_J(\theta_2) \cdot \varphi \end{aligned} \quad (4.4)$$

¹für kleine Winkel φ gilt: $\tan(\varphi) \approx \varphi$



(a) Konstruktionsparameter am Federmechanismus (b) Prinzip der Kraftübertragung der Vorgängerversion [ML]

Abb. 4.4: Aufbau des Federmechanismus vom MRIA Version 2. Das Prinzip der Kraftübertragung ist gleich geblieben zur Version 1

Hierbei beschreibt R den Abstand von den beiden x-Koordinaten des Drehpunktes und der Befestigung des Biegebalkens. Von der letzteren genannten Position zu einer Schraube, die man entlang des Balkens verschieben kann, ist der Abstand als $L_e(\theta_2)$ beschrieben. Dieser kann vom zweiten Motor verändert werden (mehr in Kapitel 4.2.2). Insgesamt ist das Drehmoment proportional zum Auslenkungswinkel über die Steifigkeit $K_J(\theta_2)$. Letztendlich entscheidet die Position dieser Schraube wie steif sich das Gelenk verhält, dessen Einstellung der Position ein Drehmoment T_S erfordert:

$$T_S = \frac{\partial U_J}{\partial \theta_2} \quad (4.5)$$

Um die gespeicherte Energie U_J im Gelenk zu ermitteln bildet man das Integral des Drehmoments über den Auslenkungswinkel.

$$\begin{aligned} U_J &= \int T_J d\varphi \\ &= \frac{EWT^3}{4 \cdot L_e(\theta_2)^3} \cdot (R + L_e(\theta_2))^2 \cdot \varphi^2 \\ &= \frac{K_J(\theta_2)}{2} \cdot \varphi^2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Bei dieser Modellierung ist zu beachten, dass alle Materialparameter wie die Elastizitätskonstante E sowie die geometrischen Abmessungen W und T als konstant angenommen werden. Dies ist unter besonderen Umständen nicht der Fall, da die Temperatur die Länge und Breite sowie die Elastizität des Materials beeinflusst. Bei Temperaturen nahe der Raumtemperatur ist die Annahme jedoch zutreffend. Es gibt auch einige Restriktionen bezüglich der Auslenkung des Biegebalkens. Sie darf nur in dem Bereich stattfinden, in dem keine irreversible Deformation des Materials zustande kommt. Diese Einschränkungen können den Datenblättern der Materialien entnommen werden.

4.2.2 Gleitschraubenmechanismus

Der Gleitschraubenmechanismus dient zur Übertragung des seriell elastischen Effekts (stiffness transmission system). Eine Gewindespindel ist in dieser Konstruktion mit einer gleitenden Schraube verbunden (siehe Abb. 4.5). Dabei verursacht eine Rotation der Spindel eine translatorische Bewegung einer auf ihm befestigte Schraube. Die Spindel wird mit dem Motor verbunden und wird von ihr angetrieben. Somit kann die effektive Länge der Biegebalken gesteuert werden.

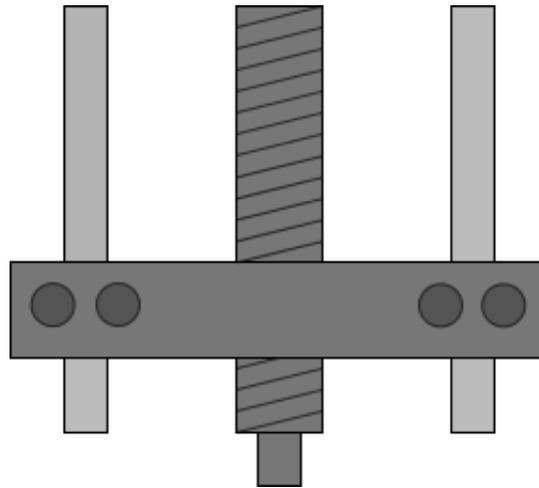


Abb. 4.5: Die Spindel ist in der Mitte zwischen zwei führenden Zylindern angebracht. Die bewegliche Schiene verbindet die drei Komponenten und ist die Basis der vier Bleiscreiben, die die Kraft auf die Balken übertragen.

Da verschiedene Gewinde die Kraft von Motor auf Gewindespindel übertragen, ist die effektive Winkeländerung durch einen Faktor $\frac{1}{\gamma_2}$ skaliert. Die translatorische Bewegung und somit auch die Länge $L_e(\theta_2)$ kann als linear betrachtet werden. Damit dient

$$L_e(\theta_2) = \frac{a'}{\gamma_2} \cdot \theta_2 + b = a \cdot \theta_2 + b \quad (4.7)$$

als geeignetes mathematische Modell. Hierbei beschreibt a' das Umsetzungsverhältnis von rotatorische in translatorische Bewegung und b die Startposition der Schraube bei $\theta_2 = 0$, wobei $\frac{a'}{\gamma_2}$ zu einer Konstanten a vereinfacht wird.

4.3 Kennlinie der Steifigkeit

Die analytische Methode zur Ermittlung der Steifigkeit über die Formel

$$K_J = \frac{EWT^3}{2 \cdot L_e(\theta_2)^3} \cdot (R + L_e(\theta_2))^2 \quad (4.8)$$

ist in der realen Anwendung ungenau. Die Formel des Kragbalkens ist eine idealisierte Betrachtung und vernachlässigt Effekte wie Deformation, Temperaturschwankungen etc., die aufsummiert eine signifikante Abweichung von theoretischen zu experimentellen Steifigkeit bewirken. Auch in der ersten Version [ML] wurde dieses Verhalten beobachtet.

Daher wird für das Modell eine Kennlinie erstellt, die das reale Verhältnis von Steifigkeit zur effektiven Länge $L_e(\theta_2)$ darstellt. Zur Ermittlung dieser Kennlinie wird eine Versuchsreihe am Prüfstand durchgeführt. Dazu wird an zehn verschiedenen Arbeitspunkten mit unterschiedlicher effektiven Länge eine Schar von Auslenkungswinkeln φ und Gelenkmomenten T_J gemessen und gegeneinander im Diagramm aufgetragen. Exemplarisch ist eine Messreihe mit ihrer linearen Approximation in Abb. 4.6 dargestellt.

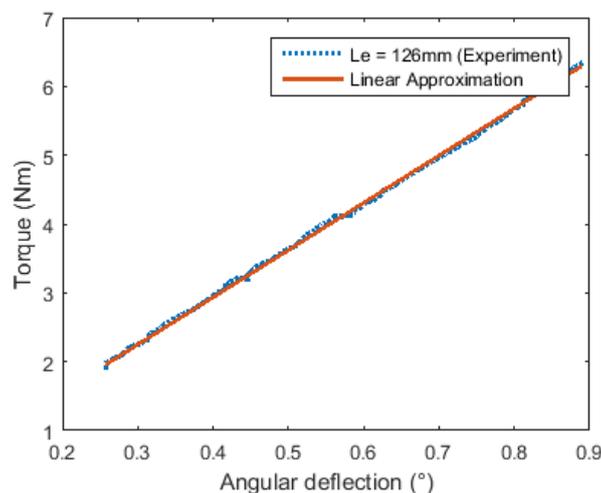


Abb. 4.6: Messung von Drehmoment in Abhängigkeit vom Auslenkungswinkel

Diese Messreihe wurde bei einer effektiven Länge $L_e(\theta_2)$ von 126 mm durchgeführt. Dabei wurde der Motor fixiert und manuell die Abtriebsseite um einen kleinen Winkel ausgelenkt. Dadurch hatte man an einem Zeitpunkt Wertepaare, die zusammen aus einem Zeitraum

von $\Delta t = 0.05 \text{ sec}$ die abgebildete blaue Kurve ergeben. Die Steigung dieser Kurve entspricht nach Glg. 4.4 den Steifigkeitswert der dazugehörigen effektiven Länge $L_e(\theta_2)$. Dazu wurden die Messwerte mit einer linearen Interpolation approximiert.

Betrachtet man nun alle zehn gewählten Arbeitspunkte, so ergibt sich der in Abb. 4.7 dargestellte Verlauf.

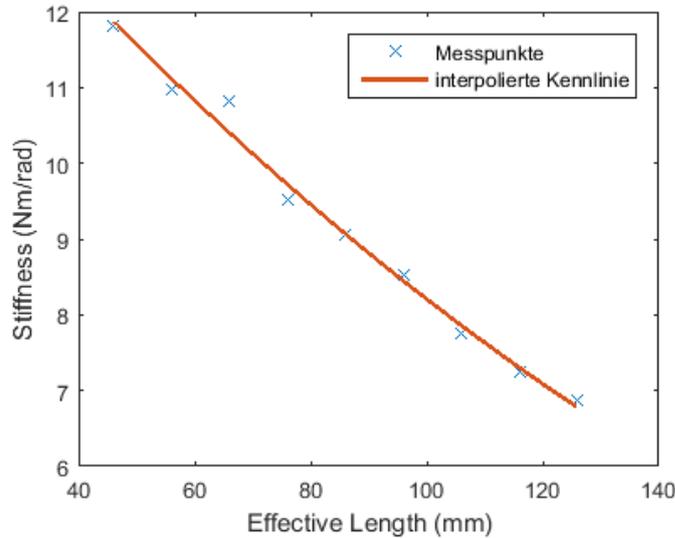


Abb. 4.7: Kennlinie der Steifigkeit

Man erkennt darin ermittelten Steifigkeiten an den entsprechenden Arbeitspunkten. Die rote Kurve wurde mit einem Interpolationsverfahren zweiter Ordnung ermittelt. Man erkennt die antiproportionale Abhängigkeit aus der analytischen Formel wieder. Bei den meisten effektiven Längen stimmen die Messwerte gut mit der Kurve überein. Bei den einigen Werten jedoch erkennt man deutliche Abweichungen. Diese lassen sich durch Messungenauigkeiten erklären.

Die für die Messung verwendeten Versuchstandparameter sind in Anhang B aufgelistet. Fortan wird für den Wert $K_J(\theta_2)$ die in Abb. 4.7 dargestellte Kennlinie verwendet, um die Steifigkeit zu ermitteln.

4.4 Mathematisches Modell

4.4.1 Zustandsraumdarstellung

Die Darstellung im Zustandsraum ermöglicht einen übersichtlichen Einblick in das dynamische Verhalten des Gesamtsystems und die Abhängigkeiten zwischen den charakteristischen Parameter des Systems. Allerdings sind in dieser Form nur lineare Beziehungen von Zustand und Eingang zu Ausgang und Zustandsänderung erfassbar. Da insbesondere

die Gleichung 4.2 bei beiden Motoren nichtlinear von θ_1 und θ_2 über das aufgewendete Drehmoment T_J und T_S abhängig ist, muss ein geeigneter Arbeitspunkt gewählt werden, in dem das System im Gleichgewicht ist.

Wir wählen im Folgenden für Zustand \mathbf{x} , Eingang \mathbf{u} und Ausgang \mathbf{y} :

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= [\theta_1, \dot{\theta}_1, I_{M1}, \theta_2, I_{M2}, \theta_J]^T \\ \mathbf{u} &= [U_1, U_2, \dot{\theta}_J]^T \\ \mathbf{y} &= [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, T_J]^T\end{aligned}\tag{4.9}$$

Nach der Linearisierung um den Arbeitspunkt (siehe Anhang A) folgt für die Systemmatrizen.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_J(\theta_{20})}{\gamma_1^2 J_1} & -\frac{B_1}{J_1} & \frac{K_{emf1}}{J_1} & 0 & 0 & \frac{K_J(\theta_{20})}{\gamma_1 J_1} \\ 0 & -\frac{K_{emf1}}{L_{M1}} & -\frac{R_{M1}}{L_{M1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_2}{J_2} & \frac{K_{emf2}}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{emf2}}{L_{M2}} & -\frac{R_{M2}}{L_{M2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\tag{4.10}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{M1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{M2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{4.11}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_J(\theta_{20})}{\gamma_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_J(\theta_{20}) \end{bmatrix}\tag{4.12}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{0}\tag{4.13}$$

Hierbei wurden die Matrizen $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ um den Gleichgewichtszustand $\bar{\mathbf{x}} = [\gamma_1 \theta_J, 0, 0, 0, 0, \theta_J]^T$ linearisiert. Dieser ist erreicht, wenn der Auslenkungswinkel φ Null ist und der Winkel $\theta_2 = \theta_{20}$ fest ist. Durch letztere Bedingung ist die Steifigkeit des Systems konstant. Dies bedeutet auch, dass die Parameter der Systemmatrizen für unterschiedliche Winkel θ_{20} variieren.

4.4.2 Übertragungsmatrix

Aus den Systemmatrizen kann die Übertragungsmatrix zwischen Eingangsvektor und Ausgangsvektor mittels folgender Gleichung ermittelt werden [Unb97]:

$$\mathbf{G} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}\tag{4.14}$$

Die Übergangsmatrix \mathbf{G} ist nach numerischer Auswertung der rechten Seite von der Form

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & g_{13} \\ 0 & g_{22} & 0 \\ g_{31} & 0 & g_{33} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

wobei g_{nm} mit $n, m \in \{1, 2, 3\}$ Übertragungsfunktionen im Laplacebereich darstellen. Daraus ist die folgende Beziehung erkennbar:

$$\dot{\theta}_1(s) = g_{11} \cdot U_{in1}(s) + g_{13} \cdot \dot{\theta}_J(s) \quad (4.16a)$$

$$\dot{\theta}_2(s) = g_{22} \cdot U_{in2}(s) \quad (4.16b)$$

$$T_J(s) = g_{31} \cdot U_{in1}(s) + g_{33} \cdot \dot{\theta}_J(s) \quad (4.16c)$$

Aus den Glgn. 4.16 ist es offensichtlich, dass der zweite Eingang und Ausgang von dem restlichen System entkoppelt ist, da $g_{22} = \frac{y_2}{u_2} = \frac{\dot{\theta}_2}{U_{in2}}$ gilt. Außerdem wird ersichtlich, dass der Ausgang der Geschwindigkeit $\dot{\theta}_1$ und des Drehmoments T_J von mehreren Parametern abhängig ist. Sowohl die Spannung U_{in1} als auch die Gelenkgeschwindigkeit $\dot{\theta}_J$ haben nicht verschwindende Vorfaktoren für besagte Ausgangselemente. Dadurch wird der rückwirkende Einfluss des Gelenkwinkels deutlich.

4.5 Regelstrecken und Übertragungsfunktionen für das vereinfachte geregelte System

Essentiell für den kaskadierten Reglerentwurf, der in Kapitel 5 näher erläutert wird, ist die Ermittlung der Übertragungsfunktionen zu den entsprechenden Regelstrecken. Dies kann einerseits analytisch über die Modellformeln und/oder die Übertragungsmatrix erfolgen. Im weiteren Verlauf des Unterkapitels sind die Größen im Laplacebereich zu betrachten. Das vereinfachte Systemmodell reduziert das in Kap. 4.4.1 vorgestellte Modell von einem MIMO-System in zwei SISO-Systeme, wobei ein SISO-System für die Einstellung der Steifigkeit verwendet wird und das andere für die Regelung des Drehmoments und der Position in kaskadierter Form.

4.5.1 Hauptsystemmodell für die Positionsregelung

Dabei ist der Eingang und der Ausgang vom letzteren (Abb. 4.8) entsprechend U_1 und θ_J . In der kartesischen Impedanzregelung von Aktoren (z.B.: [Muh11]) ist eine direkte Konvertierung der Positionskomponente in die Kraftkomponente über die Impedanz des Systems möglich (analog Winkel und Drehmoment). Dabei wird der Motor als Kraftquelle betrachtet, das ein PT_2 -System speist². In diesem Fall wird der Motor als die Geschwindigkeit ω_1

²im eindimensionalen Fall

generierende Quelle betrachtet. Über die Federkomponente wird das treibende Drehmoment im Gelenk T_J erzeugt. Durch die inverse Impedanz des Systems auf der Abtriebsseite und einem Integralglied kann schließlich die Position bestimmt werden.

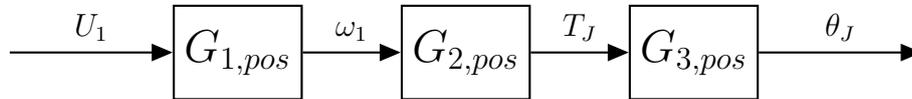


Abb. 4.8: BSB vom vereinfachten Systemmodell für die Positionsregelung

Nach [Wye06] ist der Motor als Geschwindigkeitsquelle vorteilhafter als eine Drehmomentquelle in der Regelung. Die Ermittlung der Übertragungsfunktion des Motors von Winkelgeschwindigkeit θ_1 zu Eingangsspannung U_{in1} lässt sich durch direkte Entkopplung der Größe θ_J aus 4.16a ermitteln. Damit ist der Eintrag $g_{11} = G_{1,pos}(s)$ der Übergangsmatrix auch die Regelstrecke zur Regelung der antreibenden Winkelgeschwindigkeit des Aktors.

Die zweite relevante Regelstrecke ist der Zusammenhang von erzeugtem Drehmoment im Gelenk T_J zu Winkelgeschwindigkeit θ_1 . Es gibt unterschiedliche Ansätze dieses dynamische Verhalten zu modellieren. Ein intuitiver und ebenfalls in [Wye06] verwendeter Ansatz ist es die Last am Gelenk damit zu approximieren, dass diese nur eine Trägheitskomponente aufweist. Aus

$$J_L \cdot s^2 \theta_J = T_J \quad (4.17)$$

und den Gleichungen 4.4 und 4.8 in dem Verhältnis des Auslenkungswinkel ($\varphi = \frac{\theta_1}{\gamma_1} - \theta_J$) eingesetzt ergibt sich folgendes Verhältnis:

$$\frac{T_J}{\omega_1} = \frac{1}{\gamma_1} \frac{K_J s}{s^2 + \frac{K_J}{J_L}} \quad (4.18)$$

Man erkennt, dass das Trägheitsmoment J_L der Last bekannt sein muss. Da für unterschiedliche Anwendungen und verschiedene Körperparameter sich dieser Wert verändert, muss man dies evt. mittels Systemrauschen im Modell berücksichtigen. Die andere lastunabhängige Methode ist es den Lastwinkel θ_J als Null anzunehmen (siehe Paper [SS14]). Daraus folgt unmittelbar aus Gleichungen 4.4 und 4.8:

$$\frac{T_J}{\omega_1} = \frac{K_J}{s\gamma_1} = G_{2,pos}(s) \quad (4.19)$$

Da diese Form keine zusätzlichen Informationen außer den üblichen Konstruktionsparametern benötigt, wird im Folgenden diese als zweite Regelstrecke verwendet. Zu beachten ist, dass dieses Modell nur bei kleinen Auslenkungen θ_J eine hinreichend genaue Approximation des realen System darstellt. Wenn das von der Last erzeugte Drehmoment keine Funktion von θ_J ist, so ist nur der Auslenkungswinkel von Bedeutung und die Voraussetzung ist erfüllt.

Die dritte Regelstrecke stellt den Übergang von dem generierten Drehmoment zu der Gelenkposition dar. Auf analytischem Wege lässt sich diese Beziehung mithilfe der Gleichungen aus 4.16 herleiten. Setzt man zunächst in 4.16c die Beziehung $T_J = K_J \cdot \varphi$ ein und

formt nach $\dot{\theta}_1(s)$ um, so erhält man

$$\dot{\theta}_1(s) = \frac{g_{31}}{K_J} \gamma_1 s U_{in1} + \left(\frac{g_{33}}{K_J} s + 1 \right) s \gamma_1 \theta_J. \quad (4.20)$$

Diese kann man zurück in 4.16a einsetzen und nach $U_{in1}(s)$ umformen:

$$U_{in1}(s) = \frac{\left(\frac{g_{33}}{K_J} s + 1 \right) \gamma_1 - g_{13}}{g_{11} - \frac{g_{31}}{K_J} \gamma_1 s} \cdot \dot{\theta}_J \quad (4.21)$$

Zuletzt wird diese Gleichung zurück in 4.16a eingesetzt und entsprechend umgeformt, so erhält man letztendlich:

$$\frac{\theta_J}{T_J} = \frac{g_{11} - \frac{g_{31}}{K_J} \gamma_1 s}{s \left[g_{33} \left(g_{11} - \frac{g_{31}}{K_J} \gamma_1 s \right) + g_{31} \left(\left(\frac{g_{33}}{K_J} s + 1 \right) \gamma_1 - g_{13} \right) \right]} = G_{3,pos}(s) \quad (4.22)$$

Man erkennt leicht, dass die Gelenkimpedanz $Z_J(s) = \frac{T_J(s)}{\omega_J(s)}$ die letzte Regelstrecke dominiert. Diese kann durch wenige Umformungen daraus extrahiert werden und es ergibt sich für die Gelenkimpedanz:

$$Z_J(s) = \frac{\left[g_{33} \left(g_{11} - \frac{g_{31}}{K_J} \gamma_1 s \right) + g_{31} \left(\left(\frac{g_{33}}{K_J} s + 1 \right) \gamma_1 - g_{13} \right) \right]}{g_{11} - \frac{g_{31}}{K_J} \gamma_1 s} \quad (4.23)$$

4.5.2 Systemmodell für die Steifigkeitsregelung

Analog zu der Positionregelung kann auch ein SISO-System (siehe Abb. 4.9) für den zweiten Motor aus dem Zustandsraumdiagramm ermittelt werden. Dabei steht auch der Diagonaleintrag g_{22} der Übertragungsmatrix \mathbf{G} für die Übertragungsfunktion von U_2 zu ω_2 .

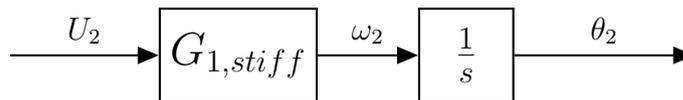


Abb. 4.9: BSB vom vereinfachten Systemmodell für die Steifigkeitsregelung

Da die Position θ_2 über ein Integralglied direkt von ω_2 abhängig ist, ist die gesuchte Regelstrecke direkt gegeben durch

$$G_{stiff} = \frac{\theta_2(s)}{U_2(s)} = \frac{g_{22}}{s} \quad (4.24)$$

Die Aufteilung der Regelstrecke in $G_{1, \text{stiff}} = g_{22}$ und dem Integralglied hat den Vorteil, dass der im Motor integrierte Geschwindigkeitsregler im Modell berücksichtigt werden kann.

4.6 Modellierung der Last

Obwohl die Last beim Reglerentwurf nicht berücksichtigt wird, hat sie einen Einfluss auf die Zustandsgrößen des Systems. Da diese über die Gewindestange direkt an der Abtriebsseite des Aktors befestigt ist gilt nach dem ersten Newtonschen Gesetz für ein geschlossenes System:

$$\sum T = 0 \quad (4.25)$$

$$T_J = J_L \cdot \ddot{\theta}_J + B_J \cdot \dot{\theta}_J + T_L \quad (4.26)$$

Es bezeichnen J_L das Trägheitsmoment und T_L das Drehmoment der Last. B_J ist der Reibungskoeffizient, der durch die Kopplung von Aktor und Last verursacht wird. Letzteres ist durch den Aufbau bestimmt, während man die restlichen Größen aus Masse und Länge des Pendels ermitteln kann.

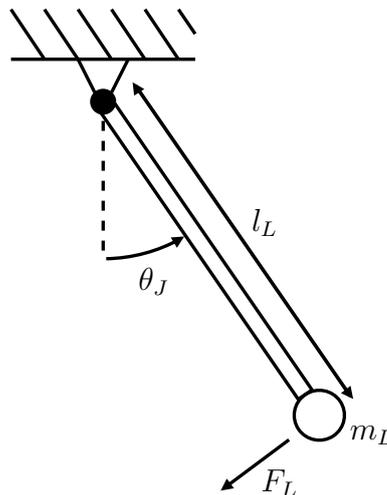


Abb. 4.10: Modell der Last durch einen Pendel

Beim idealen Pendel ist eine Punktmasse an einem masselosen Stab befestigt. Wir verwenden hingegen eine Aluminiumstange und Hantelscheiben. Um das Problem auf den idealen Fall zu reduzieren, wird angenommen, dass der Massenschwerpunkt sich auf dem geometrischen Schwerpunkt befindet. Da die Masse des Aluminiumstabes viel kleiner ist als die Hantelscheiben, wird der Stab bei angelegtem Gewicht vernachlässigt. In Abb. 4.10 ist der geometrische Aufbau abgebildet. In diesem Fall ist l_L die Länge vom Rotationszentrum zum Masseschwerpunkt, m_L die Masse der Hantelscheibe und F_L die durch die Gravitation verursachte Kraft senkrecht zum Stab. Das Drehmoment von den Hantelscheiben lässt sich daraus ermitteln zu

$$T_L = m_L \cdot g \cdot \sin(\theta_J) \cdot l_L \quad (4.27)$$

mit g als Gravitationskonstante. Das Trägheitsmoment lässt sich einfach bestimmen zu

$$J_L = m_L \cdot l_L^2 \quad (4.28)$$

Im lastlosen Fall kommt das Eigengewicht der Stange zum Tragen und das resultierende Drehmoment ist

$$T_{L,ohneLast} = m_{Stange} \cdot g \cdot \sin(\theta_J) \cdot \frac{l_L}{2}. \quad (4.29)$$

Das Trägheitsmoment ist entsprechend anzupassen.

4.7 Simulation

Eine sicherer und kostenfreier Weg zur Analyse des MRIAs ist die Auswertung des simulierten Prototypen. Auf Basis der mathematischen Formulierungen der einzelnen Zusammenhänge wird eine Simulationsumgebung in *Simulink* erstellt. Im Optimalfall stimmt das Verhalten des simulierten Systems komplett mit dem realem System überein. Daher werden für die Simulation die nicht-linearisierten Modellformeln verwendet, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit dem realen Prototypen zu erzielen.

Man kann auch System- und Messrauschen simulieren, welche für einen Beobachter oder einen Kalman-Filter interessant wären. Mittels der *Robust Control Toolbox* sind auch Modelle mit unsicheren Parametern möglich als Erweiterung zum vorgestellten Modell.

Das Simulinkmodell ist in Abb. 4.11 dargestellt. Der Aktor wird in drei Blöcke, d.h. in Hauptsystem, Steifigkeitssystem und Last, unterteilt und nach den nichtlinearen mathematischen Zusammenhängen miteinander verbunden. Die Reglerblöcke sind dem resultierendem System entsprechend vorgeschaltet. Auf der linken Seite sind die verschiedenen Referenzsignale zu erkennen, die für die Stabilitätsuntersuchungen verwendet werden. Auf der rechten Seite können die Zustände des Systems beobachtet werden. Es werden ebenfalls zusätzliche Modellaufbauten betrachtet, indem die Last entkoppelt wird

und mit der mathematischen Rechengröße ersetzt wird oder die Last fixiert wird. Dadurch liefert die Simulation Informationen dazu, wie sich der Aktor in den verschiedenen Versuchsreihen verhalten wird. Ein instabiles System kann somit parallel zum analytischen Weg mithilfe der Simulation erkannt werden.

Eine wichtige Anmerkung ist, dass die Reibungseffekte im Modell als lineare Faktoren

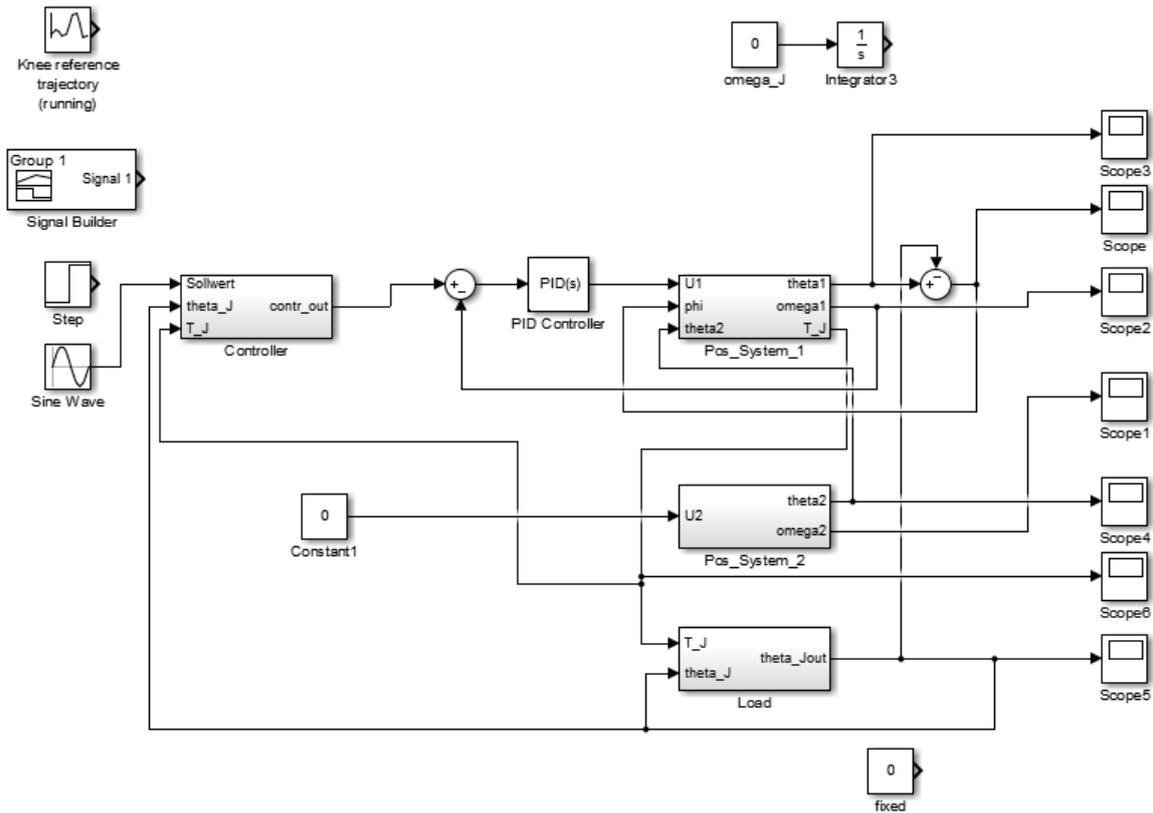


Abb. 4.11: Simulinkmodell des MRIAs

B_1 und B_2 berücksichtigt werden. Im Allgemeinen sind die Reibungseffekte nicht-linear, z.B. im Bereich der Haftreibung und in ihrem Übergang zu Gleitreibung ändern sich die Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Beschleunigung. Diese können durch eine genauere Analyse der Materialeigenschaften modelliert werden, die der Einfachheit halber vernachlässigt werden. Konstruktionsbedingt sind aber Maßnahmen getroffen worden, die diese Effekte minimieren sollen³.

³gelagerte Bleischrauben verkleinern den Bereich der Haftreibung

5 Regelungskonzept

Die Idee ist es ein vorläufiges einfaches Regelungskonzept für die präzise Ansteuerung einer Sollposition zu entwickeln. Die Blockstrukturen aus 4.5 legen nahe, dass eine kaskadierte Regelung der Ausgangsgrößen über die einzelnen Regelstrecken möglich ist. Zunächst wird sich auf die PID-Regelung beschränkt. Dabei wird die Abweichung von Soll- und Istwert für den Regler, der hauptsächlich aus Proportional-, Integral- und Differentialgliedern besteht, verwendet. Der stabile geschlossene Regelkreis wird in Reihe mit der nächsten Regelstrecke geschaltet und stellt insgesamt ein neues System mit einer Stellgröße und einem zu regelnden Ausgang dar. Dies soll lastentkoppelt entworfen werden, da in der Anwendung die Kenngrößen der Last nicht immer bekannt sind. Eine Veranschaulichung der Kaskadenregelung angewendet auf das SEA-Systems ist in Abb. 5.1 dargestellt.

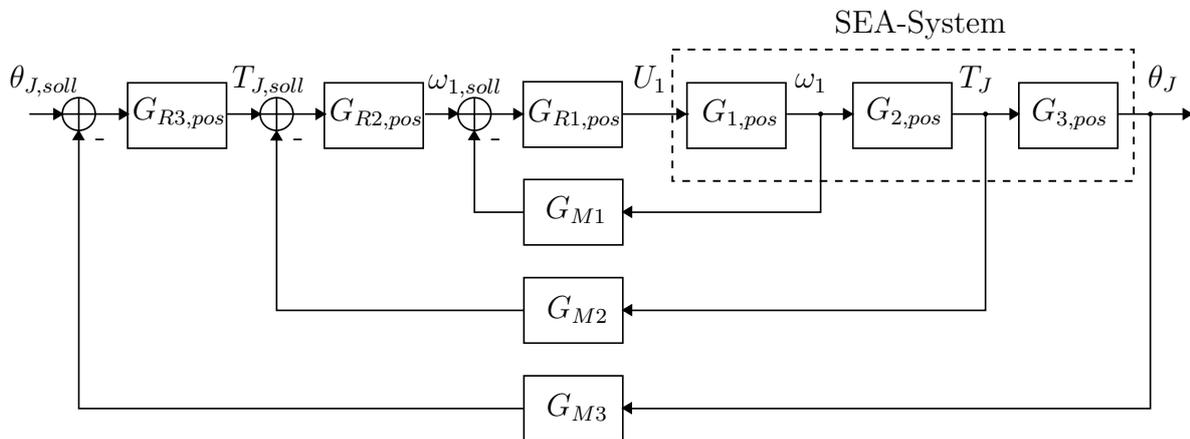


Abb. 5.1: Kaskadierter Regelkreis des Hauptsystems

5.1 Entwurf des Regelkreises

Allgemein betrachtet, erfüllt die Regelung den Zweck ein System so zu beeinflussen, dass der Ausgang mit einem gewünschten Verhalten auf ein vorgegebenes Eingangssignal antwortet. Dabei soll das statistische und dynamische Regelverhalten vorgeschriebenen Anforderungen erfüllen[PDIGA09]:

Stabilität

Bei Betrachtung von laplace-transformierten Übertragungsfunktionen ist das allgemeine Stabilitätskriterium folgendermaßen formuliert:

„Ein lineares System mit rationaler Übertragungsfunktion $G(s)$ ist genau dann stabil (dann und nur dann), falls alle Pole der Übertragungsfunktion einen negativen Realteil haben“ ([PDIGA09], S.75)

Stabilität ist ein notwendiges Kriterium für alle Regelkreise. In diesem Fall ist ein robustes Verhalten, d.h. Stabilität für unsichere Streckenparameter, eine anzustrebende Eigenschaft.

Genügende stationäre Genauigkeit

Ein weiteres Ziel der Regelung ist es den Fehler zwischen Soll- und Istwert zu minimieren und im stationären Zustand sollte die Regelabweichung optimaler Weise gegen Null konvergieren.

Genügendes dynamisches Verhalten

Gerade bei kaskadierten Systemen reichen die beiden obengenannten Bedingungen im Allgemeinen nicht aus. Dabei sollten die inneren Regelkreise eine schnellere Konvergenz gegen den Endwert aufweisen als die äußeren Regelkreise. Ansonsten ist die Stellgröße für den äußeren Kreis nicht präzise genug. Darüber hinaus soll in dieser Anwendung ein zu starkes Überschwingen bestimmter Regelparameter vermieden werden (wie z.B. die Gelenkposition θ_J).

Für einen einzelnen Regelkreis wird die in Abb. 5.2 dargestellte Blockstruktur verwendet. Dabei bezeichnet w die Führungsgröße, y die Regelgröße, y_M die gemessene Regelgröße und z eine Störgröße. Zunächst wird den Einfluss der letzten Größe vernachlässigt und wird zu Null gesetzt. Der Istwert wird durch ein Messglied $G_M(s)$ erfasst und mit dem Sollwert verglichen. Die Regelabweichung e wird vom Regler $G_R(s)$ ausgewertet und speist die Regelstrecke $G_S(s)$ mit einer der Abweichung entsprechenden Stellgröße.

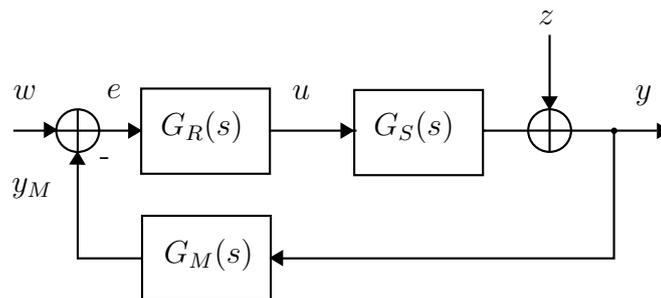


Abb. 5.2: Modifizierter Standardregelkreis

In diesem Fall besteht das Messglied hauptsächlich aus einem Proportionalglied, da die gemessenen Größen in Form einer Spannung in die dSpace-Einheit gespeist werden, die proportional zu T_J und θ_J bzw. θ_2 sind.

Der Reglerblock $G_R(s)$ hingegen soll nach obiger Beschränkung sowohl proportionale, integrierende und differenzierende Übertragungsglieder beinhalten. Die Übertragungsfunktion

des realen PID-Reglers hat in der Literatur in der Regel die Form

$$G_{PID,real}(s) = \frac{K_R}{s}(1 + T_1s) \left(\frac{1 + \alpha T_2s}{1 + T_2s} \right), \quad (5.1)$$

wobei für reale PID-Regler $\alpha > 1$ und $T_1 > \alpha T_2$ gilt. Das stationäre Verhalten wird durch das phasennacheilende Glied (I-Anteil) beeinflusst, während das phasenvoreilende Glied (D-Anteil) das dynamische Verhalten verbessert.

Es wird der idealisierten Regler in der Form

$$G_{PID,ideal}(s) = K_R + \frac{K_I}{s} + K_Ds, \quad (5.2)$$

betrachtet, welches im realen Fall nicht implementierbar ist, aber für geringe Zeitkonstanten der Tiefpässe im D- und I-Anteil eine Annäherung an den realen Fall darstellt.

5.2 Kaskadierte Regelung des Hauptsystems

Wie schon in Abb. 5.1 dargestellt, werden drei Regelkreise aufgestellt. Die Basis bildet dabei der Drehzahlregelkreis des Motors. Wichtig ist, dass die Winkelgeschwindigkeit ein wesentlich präziseres und schnelleres Verhalten als die anderen Regelparameter aufweist. Die Regelung des Drehmoments ist bei allen SEAs und VSAs die Hauptaufgabe und kann unterschiedlich komplex ausfallen. Zum Beispiel sind fortgeschrittene Verfahren wie die LQR- oder die H_∞ -Regelung möglich. Diese sind unter Umständen notwendig, um ein robustes Verhalten zu erzielen. Hier wird die Eignung eines PI-Reglers getestet.

Über die Impedanzregelung kann ebenfalls die Position über das Drehmoment eingestellt werden.

5.2.1 Drehzahlregelung

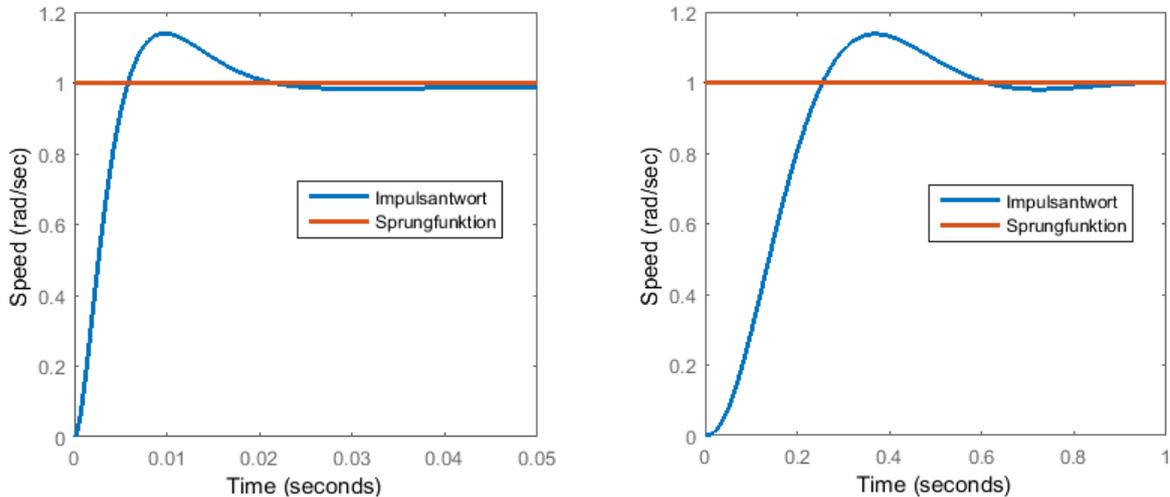
Zuerst wird die Regelstrecke des inneren Regelkreises, d.h. $G_{1,pos}$, betrachtet. Für die reale Regelung hingegen ist bereits werksseitig eine Strom- und Drehzahlregelung implementiert. Normalerweise ist dabei der Drehzahlregelkreis mit dem Stromregelkreis unterlagert. Da die bereits vorhandene Lösung ein ausreichend genaues und schnelles Regelverhalten bietet, wird nur für die Simulation ein theoretischer Regler entworfen, um das echte Verhalten zu modellieren.

Man kann aus der Übertragungsfunktion ihr PDT₃-Verhalten erkennen, d.h. ein PI-Regler mit vorgeschaltetem I-Glied sollte eine gute Regeleinrichtung darstellen. Das vorgeschaltete I-Glied verhindert eine bleibende Regelabweichung. Die Einstellzeit hingegen wird beträchtlich vergrößert unter Berücksichtigung gleichen prozentualen Überschwingens.

Bei der Reglerauslegung wurde die Konstante des gemeinsamen I-Gliedes festgehalten, während der Wert des P-Gliedes so variiert wird, dass beide geregelten Sprungantworten

ein maximal erlaubtes Überschwingen von $\%OS = 15\%$ haben.

Man kann in Abb. 5.3 erkennen, dass der Regelkreis mit dem einfachen PI-Regler schnell



(a) Antwort unter Verwendung eines PI-Reglers

(b) Antwort unter Verwendung eines PI-Reglers mit vorgeschaltetem I-Glied

Abb. 5.3: Impulsantwort des inneren geschlossenen Regelkreises

den stationären Endwert erreicht. Wählt man $|e| < 0.012 \hat{=} 1.2\%$ als eine obere und untere Schranke für eine bleibende Regelabweichung, dann beträgt die Einstellzeit $t_{S,PI} = 0.0428 \text{ sec}$. Die zweite Sprungantwort hat im Gegensatz zur ersten keine bleibende Regelabweichung, d.h. $e(\infty) = 0$, dennoch ist die Einstellzeit $t_{S,PI+I} = 1.76 \text{ sec}$ zu hoch. Zwei der Anforderungen für den stabilen Regelkreis stehen deswegen im Konflikt zueinander: die stationäre Genauigkeit und die geringere Einschwingzeit. In diesem Fall wird der PI-Regler für die Simulation des innersten Regelkreises eingesetzt.

5.2.2 Drehmomentregelung

Die neue Regelstrecke besteht zum einen aus dem geschlossenen Regelkreis aus Kap. 5.2.1 in Reihe geschaltet mit der Übertragungsfunktion $G_{2,pos}$. Diese lässt sich leicht mit dem offenen Regelkreis $G_{o1}(s) = G_{R1,pos}(s) \cdot G_{1,pos}(s)$ ermitteln zu

$$G_{S,torque} = \frac{G_{o1}(s)}{1 + G_{o1}(s)} \cdot G_{2,pos} = \frac{G_{R1,pos}(s) \cdot G_{1,pos}(s) \cdot G_{2,pos}}{1 + G_{R1,pos}(s) \cdot G_{1,pos}(s)}, \quad (5.3)$$

da $G_{M1}(s) = 1$.

Das Streckenverhalten des offensichtlichen Gliedes höherer Ordnung kann gut in einem Pol-Nullstellen-Diagramm analysiert werden. Man erkennt in Abb. 5.4 fünf Polstellen und zwei

Nullstellen. Bei der genaueren Auswertung des Diagramms befindet sich ein Doppelpol im Ursprung ($s_{p,1,2} = 0$) und eine Nullstelle nahe am Ursprung ($s_{n,1} = -7.55 \cdot 10^{-15}$). Desweiteren ist noch ein komplex konjugiertes Polpaar bei $s_{p,3,4} = -213 \pm i154$ sowie der letzte Pol bei $s_{p,5} = -891$ zu erkennen. Eine weitere Nullstelle befindet sich bei $s_{n,2} = -167$. Da alle Nullstellen sich in der linken Halbebene befinden, ist das System minimalphasig. Es werden im Regler also keine Nullstellenkompensationen notwendig sein. Das System ist instabil wegen dem Doppelpol im Ursprung. Diese sollten bei der Reglerauslegung nach links verschoben werden. Pole weit links in der s-Ebene deuten auf eine langsame Systemantwort. Demnach sollten die Pole des geschlossenen Regelkreises für eine schnelle Systemantwort sich näher an der Imaginärachse befinden. Das Pol-/Nullstellendiagramm

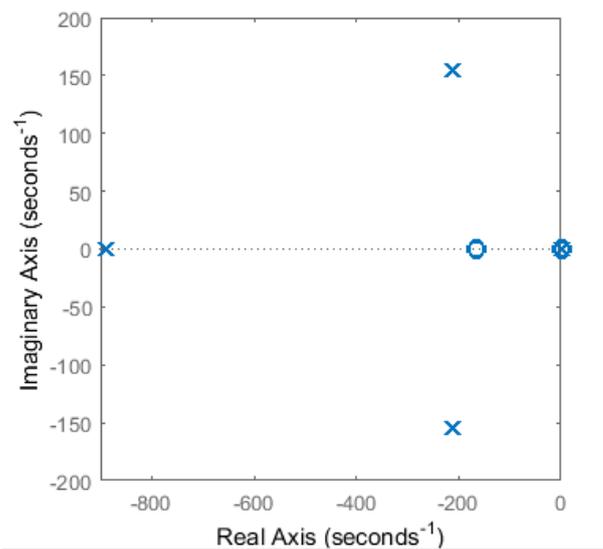


Abb. 5.4: Pol- und Nullstellendiagramm der Regelstrecke von Drehmoment T_J zu speisender Winkelgeschwindigkeit ω_1

liefert keine Aussage über das Verhalten des Systems bei verschiedenen Frequenzen. Stattdessen kann man den Frequenzgang der Übertragungsfunktion weiter analysieren, welches als

$$G(i\omega) = G(s = \sigma + i\omega)|_{\sigma=0} \quad (5.4)$$

definiert ist. Diese Form liefert uns Aussagen über das System im eingeschwungenen Zustand. Eine graphische Auswertung des Frequenzgangs ist sowohl in der Ortskurve als auch im Bode-Diagramm möglich. Die letztere Form der graphischen Frequenzgangdarstellung ist für den Reglerentwurf hilfreich, da die Parameter durch das Frequenzkennlinienverfahren eingestellt werden können. In diesem Fall verwenden werden folgende Entwurfsvorgaben verwendet:

- keine bleibende Regelabweichung $\Rightarrow e(\infty) = 0$
- maximales Überschwingen von $\%OS = 8\%$

- schnelle Anstiegszeit $t_r = 0.0075 \text{ sec}$

Daraus resultieren eine Phasenreserve von ca. $\varphi_R \approx 60^\circ$ und eine ungefähre Durchtrittsfrequenz von $\omega_0 \approx 512 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. Legt man nun die Parameter entsprechend aus, dann erhält man das in Abb. 5.5 abgebildete Bode-Diagramm des offenen Regelkreises. Der offene

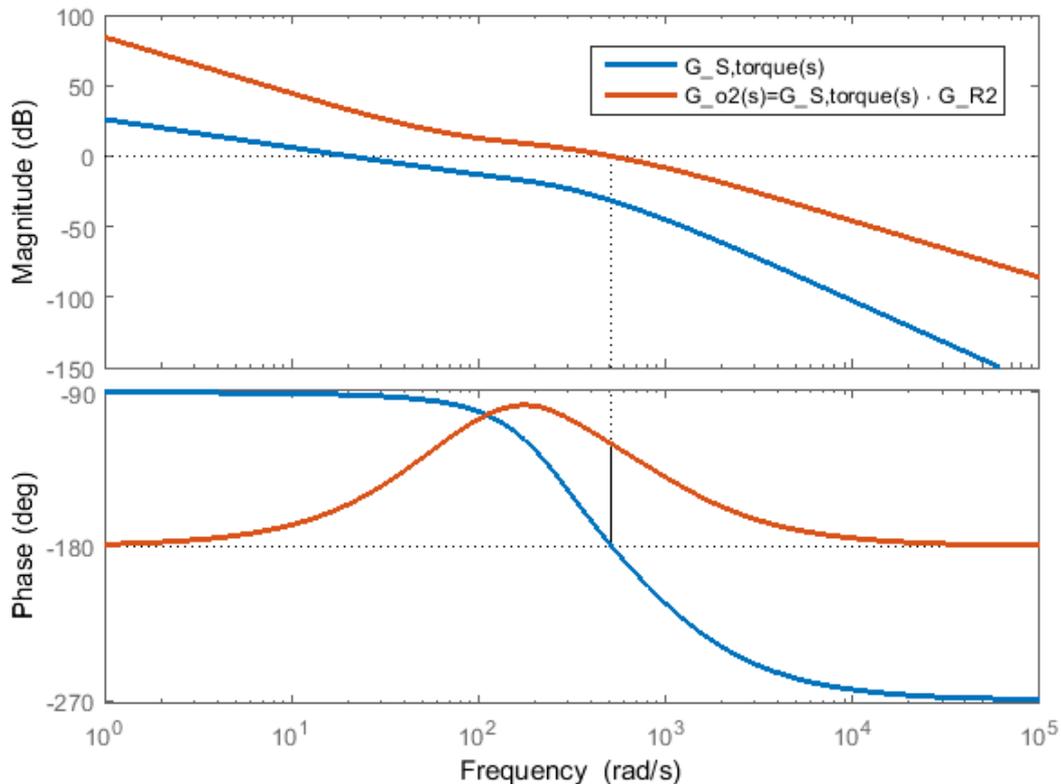


Abb. 5.5: Bode-Diagramm des offenen Regelkreises $G_o(s) = G_{S,torque}(s)G_{R2}(s)$ in rot und Regelstrecke $G_{S,torque}$ in blau

Regelkreis hat immer eine positive Phasenreserve über den ganzen Frequenzbereich und bei der Durchtrittsfrequenz hat es die aus den Entwurfsparametern gewählte Phasenrand $\varphi_R = 60^\circ$. Die Phase von der ursprünglichen Regelstrecke wurde durch das in Reihe geschaltete Regelglied um $\Delta\varphi = 60^\circ$ angehoben. Der geschlossene Regelkreis hat hingegen einen Phasenrand von $\varphi_R = 120^\circ$ und ebenfalls über das ganze Spektrum einen positiven Phasenrand. Es fällt zusätzlich auf, dass bei niedrigen Frequenzen eine geringe Verstärkung im Bereich von 0 dB bis 0.56 dB auftritt.

Betrachtet man nun die geschlossene Form im Zeitbereich, dann erkennt man in der Sprungantwort, die in Abb. 5.6 abgebildet ist, die Entwurfsparameter wieder. Zu beachten ist, dass im echten Versuchsaufbau der Strom auf max. 12 A begrenzt ist. Daher hat die abgebildete Impulsantwort ein viel schnelleres dynamisches Verhalten als der reale Aufbau. Zusätzlich zu der Anfangssteigung und dem Überschwingverhalten zeigt die Impulsant-

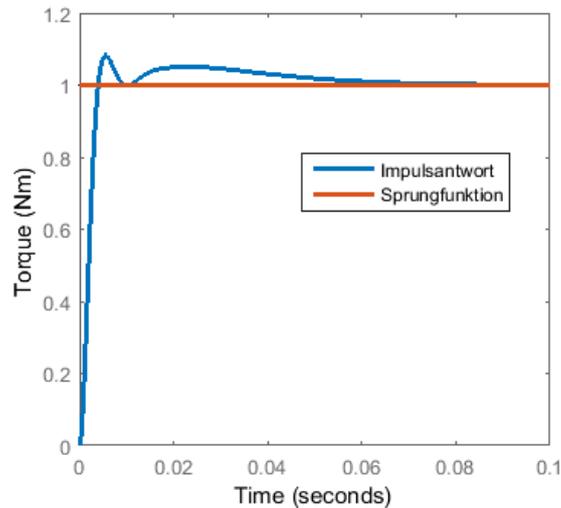


Abb. 5.6: Sprungantwort des geschlossenen Drehmomentregelkreises

wort ein nachschwingendes Verhalten, das durch die Speicherung der Energie in der Feder verursacht wird. Graphisch ist diese als Welle nach der ersten Schwingung zu erkennen.

5.2.3 Positionsregelung

Die Auslegung des Regelgliedes vom Drehmoment zur Position kann einerseits analytisch über die in Gleichung 4.23 ermittelte Impedanz erfolgen oder analog zur Drehmomentregelung über das Frequenzkennlinienverfahren. Andererseits ist eine experimentative Vorgehensweise ebenfalls möglich. Voraussetzung dazu ist ein stabiles Verhalten im Einstellbereich. Unter dieser Prämisse wurden grobe Reglerparameter in *Matlab* ausgerechnet mithilfe der *Control Systems Toolbox*¹ und am Prüfstand verwendet. Anschliessend werden die Parameter entsprechend der üblichen Forderungen, wie die Minimierung der Regelabweichung ($e \rightarrow \min$) und Einstellzeit ($t_s \rightarrow \min$), angepasst.

5.3 Dynamische Einstellung der Steifigkeit

In Kap. 4.5.2 wurde ein System vorgestellt, das eine eigene Implementierung eines Reglers für die Motorposition möglich macht. In dieser Arbeit wird darauf verzichtet und stattdessen die werkseitig zur Verfügung stehenden Ressourcen verwendet.

Der Motor selbst hat intern einen Encoder verbaut, womit eine Ansteuerung der Position möglich wird. Für die Kommunikation wird eine CAN-Bus Schnittstelle verwendet, um

¹Matlabfunktion: `C = pidtune(sys,type)`

Motorposition und andere Daten zu empfangen und gleichzeitig senden zu können. Es wird ein Pulsweitenmodulationssignal (PWM) zur Steuerung der Position verwendet, wobei ein Duty-Cycle von 0 % in diesem Fall eine maximale Auslenkung von $L_e(\theta_2) = 116 \text{ mm}$ und 100 % eine minimale Auslenkung von $L_e(\theta_2) = 50 \text{ mm}$ bedeutet. Somit ist die Steifigkeit dadurch begrenzt. Die Geschwindigkeit ist ebenfalls eingeschränkt. Es wird eine maximale Drehzahl von 5000 rpm verwendet.

Wie in Kap. 2 ermittelt, ist in der Standphase eine hohe und in der Schwungphase eine geringe Steifigkeit vorzufinden, daher kann man ein Rechtecksignal zur Ansteuerung des Motors verwenden. In einer Periode des Sinussignals vom Hauptsystem wird eine hohe Unterstützung für die Standphase benötigt. Da das Verhältnis von K_J zu $L_e(\theta_2)$ antiproportional ist, muss demnach $L_e(\theta_2)$ im unteren Wertebereich sein. In der Schwungphase wird dann ein möglichst großes $L_e(\theta_2)$ gewählt. Optimalerweise sollte die Steifigkeit den in [SSD13] ermittelten Werten entsprechen. Daher sind die Eigenschaften des Biegebalkens, d.h. Abmessungen W , T und Elastizitätsmodul des Materials E , angepasst zu wählen.

Ein möglicher Verlauf ist exemplarisch in Abb. 5.7 dargestellt. Das Signal ist für eine Periodendauer von $t = 2\pi \text{ sec}$ ausgelegt.

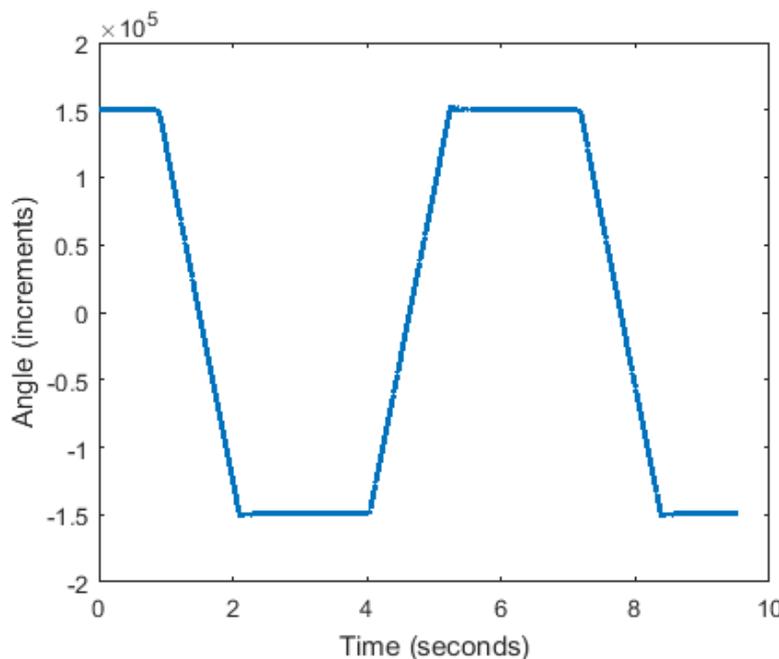


Abb. 5.7: Mögliches Steuerungssignal für θ_2

Bei einer Auflösung von $4096 \frac{\text{inc}}{\text{Umdrehung}}$ und einer Drehzahl von 5000 rpm beträgt die Zeit für die Übergänge ca. 1.138 sec , da das ideale Rechtecksignal bei begrenzter Umdrehungszahl nicht möglich ist. Man erkennt ein leichtes Überschwingen im Einstellvorgang, welches nur minimal Einfluss auf den Wert der Federkonstanten (Steifigkeit) hat.

6 Ergebnisse

In Kap. 2 wird das Sinussignal als eine geeignete Annäherung zu dem periodischen Gangzyklus des Menschen vorgestellt. Deswegen wird diese als Referenztrajektorie in den folgenden Versuchen am Prüfstand angewendet. Die Auswirkungen von Amplitudenänderung und Frequenzänderung des Eingangssignals auf die tatsächliche Ausgangsposition der Abtriebsseite werden untersucht.

An den Systemantworten kann man ebenfalls die Qualität der Modellierung und der Regelung erkennen. In diesem Fall wurde in der Modellierung eine Linearisierung um einen Arbeitspunkt durchgeführt. Darüber hinaus wird das linearisierte Modell für das Hauptsystem in drei separate Regelstrecken aufgeteilt, wodurch der Informationsgehalt des Modells verringert wird und gegenseitigen Einflüsse der Stell- und Regelparameter nur in einer Richtung betrachtet wird ($U_1 \rightarrow \omega_1 \rightarrow T_J \rightarrow \theta_J$). Dadurch wird insbesondere der rückführende Einfluss der Systemzustände vernachlässigt, welche man für die Auswertung der Prüfstandergebnisse im Nachhinein berücksichtigen sollte.

Im Folgenden soll die Feder zunächst nicht variiert werden, indem die Position des zweiten Motors und dadurch die effektive Länge $L_e(\theta_2)$ fest auf 83 mm gesetzt. Die Biegebalkenparameter sind in Anhang B aufgelistet.

6.1 Versuche zum geregelten Drehmoment

Die Auslegung des Regelgliedes wird lastentkoppelt entworfen, d.h. unter der Annahme, dass die bewegte Last keine Masse und Trägheitsmoment besitzt. In der Realität ist am Aktor immer eine Last angebracht bedingt durch die Konstruktion. In diesem Fall muss zusätzlich dazu noch die Gewindestange und die Pendelstange berücksichtigt werden. Durch die zusätzliche Masse und Trägheitsmoment wird ein stärker überschwingendes Verhalten und eine langsamere Einstellzeit erwartet.

6.1.1 Sprungversuch

Der Sprungversuch wird zunächst am Prüfstand durchgeführt, um zu überprüfen, ob der lastentkoppelte Reglerentwurf trotz großen Parameterabweichungen verwendet werden kann. Dabei befindet sich die Pendelstange im Nullzustand. An dieser Position generiert sie kein Drehmoment, solange kein Eingangssignal anliegt. Zu einem beliebigen Zeitpunkt wird das Signal schlagartig von 0 auf 1 Nm erhöht. Das gemessene Signal des Drehmoments wird der Übersicht halber mithilfe eines Tiefpasses erster Ordnung gefiltert, um das Messrauschen zu unterdrücken. In Abb. 6.1 ist in blau das Eingangssignal abgebildet und in rot gestrichen ist der gefilterte Feedback vom Drehmoment dargestellt.

Wie man in Abb. 6.1 erkennen kann, schwingt das Drehmoment um ca. 80 % über. Die

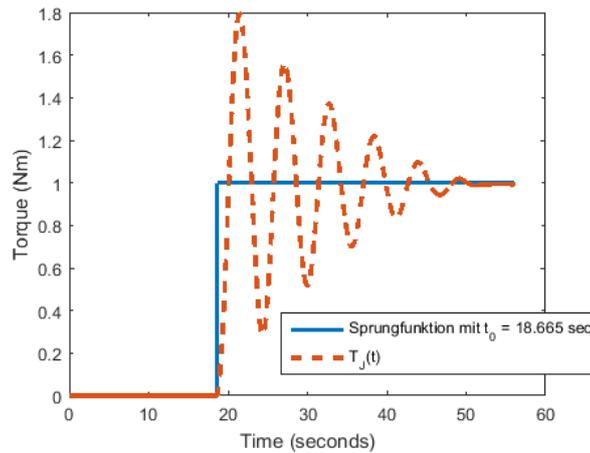


Abb. 6.1: Sprungantwort des Drehmoments am Prüfstand mit minimaler und frei beweglicher Last

Einstellzeit ist ebenfalls erheblich auf $t_S \approx 32 \text{ sec}$ gestiegen. Vergleicht man dieses Ergebnis mit der ursprünglich theoretisch ausgelegten Sprungantwort in Abb. 5.6, dann sind beide Parameter erheblich gestiegen. Trotzdem geht die Regelabweichung gegen null und das System antwortet auf den Sprung als Eingangssignal stabil. Daraus kann man daraus schließen, dass das stationäre Verhalten unverändert bleibt. Die Dynamik des System hingegen wird stark von den Unsicherheiten bzgl. der Masse und Trägheit beeinflusst.

6.1.2 Sinussignal als Referenz

Mit dem Sinussignal als Eingang betrachten wir den harmonisch eingeschwungenen Zustand, damit vorübergehende Vorgänge das Messsignal nicht beeinflussen. Im Einschwingvorgang ist aufgefallen, dass das Ausgangssignal eine zunächst viel größere Amplitude aufweist als das Referenzsignal selbst bis schließlich der Endverlauf erreicht wird. Dieses transiente Verhalten stimmt mit dem Überschwingen in der Impulsantwort überein.

Bei der Messung wird das verrauschte Signal aufgenommen und für die Berechnung der Fehlerabweichung verwendet. Alternativ dazu kann man den Feedback mit einem Tiefpass¹ filtern, um das Rauschen zu minimieren. Der hier verwendete Tiefpass hat die Zeitkonstante $\tau = 1 \text{ sec}$. Beide Signaleingänge werden zum Vergleich mit dem Referenzsignal im Diagramm dargestellt. Neben der blauen Linie als Referenz wird in rot das ungefilterte Signal und in gelb der Ausgang vom Tiefpass dargestellt.

Zunächst wird die Frequenz bei einer Pendelmasse von 7.5 kg und einer Amplitude von 5 Nm variiert. Die Last kann dabei frei im Sicherheitsbereich ($\theta_J \in [-30^\circ, 30^\circ]$) schwingen. Der Versuch wird bei den Frequenzen $f \in \{1, 1.5, 2\} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ durchgeführt, wobei die Verläufe

¹Übertragungsfunktion eines Tiefpasses erster Ordnung: $G_{Tiefpass}(s) = \frac{1}{1+s\tau}$ mit Grenzfrequenz $f_g = \frac{1}{2\pi\tau}$

von ersterem und letzterem in Abb. 6.2 dargestellt sind.

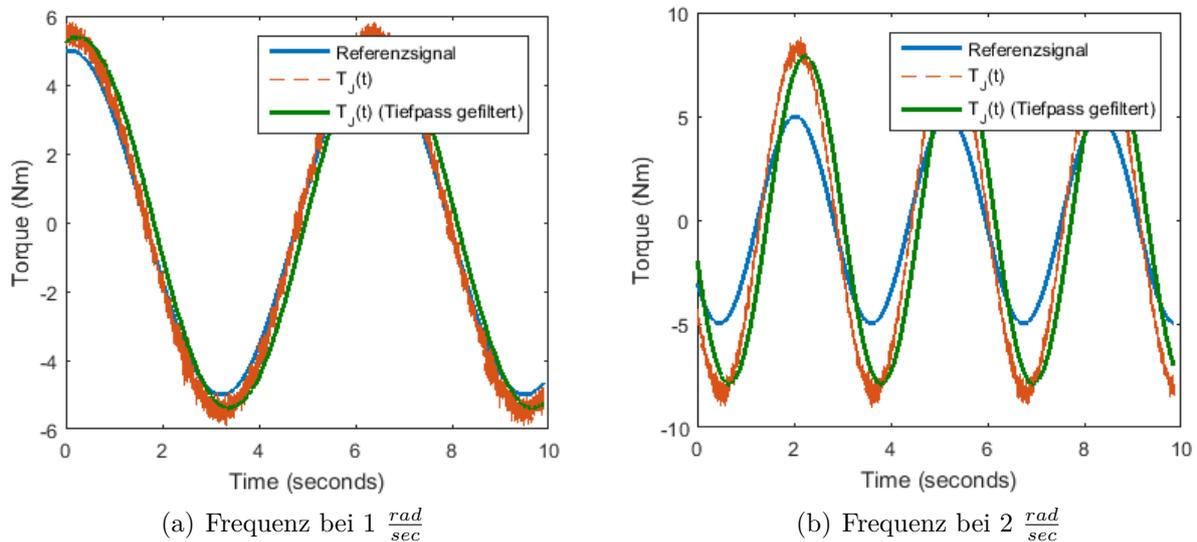


Abb. 6.2: Antwort auf ein Sinussignal bei unterschiedlichen Frequenzen

Generell kann man im Eingang vom Drehmomentsensor das Rauschen erkennen, das in den Maxima und Minima stärker streut als an den Wendepunkten. Dabei ist der Fehler zwischen Soll- und Istwert genau an diesen Stellen minimal. Trotzdem sieht man an den Extremalstellen, dass die Amplitude der Regelgröße angestiegen ist. Im ersteren Fall bei einer Frequenz von $1 \frac{rad}{sec}$ beträgt die Abweichung ca. $0.5 Nm$ ($\cong 10\%$). Bei einer Verdoppelung der Frequenz beträgt die Abweichung sogar ca. $3 Nm$ ($\cong 60\%$). D.h. der Ausgang ist frequenzabhängig und kann mit zunehmender Frequenz instabil werden. Das Rauschen hingegen bleibt unverändert. Dies war zu erwarten, da Eingangssignal und Störsignal stochastisch unabhängig sind. Das mit dem Tiefpass gefilterte Signal aufgrund seines PT_1 -Verhaltens erscheint verzögert und ist beim niederfrequenten Eingang um ca. $\Delta t = 0.2 sec$ nachteilig. Das unterscheidet sich vom Signal mit $2 \frac{rad}{sec}$ um $-0.05 sec$, da der Tiefpass offensichtlich frequenzabhängig reagiert.

Nun wird die Auswirkung von Amplitudenänderungen auf die Systemantwort verglichen. In diesem Versuch wird beträgt die Eingangsfrequenz $1 \frac{rad}{sec}$ und die Masse des Pendels ist weiterhin $7.5 kg$. Die Amplituden werden zu $5, 7.5, 10$ und $15 Nm$ gewählt. In Abb. 6.3 sind zwei der Versuche abgebildet.

Man sieht, dass die Amplitudenabweichung von Diagramm (a) und (b) prozentual mit $0.5 Nm$ bzw. $1 Nm$ ($\cong 10\%$) gleich sind. Der Kurvenverlauf vom gefiltertem und ungefiltertem Messsignal erscheinen unverändert zur vorherigen Betrachtung. Eine Amplitudenänderung hat somit geringen Einfluss auf das Regelverhalten des geregelten Systems in Bezug auf das Sinussignal.

Als letztes wird überprüft, inwiefern die Last die Systemantwort verändert. Dazu wurden die gleichen Versuche wie oben bei einer Pendelmasse von $10 kg$ durchgeführt. Dieses Mal

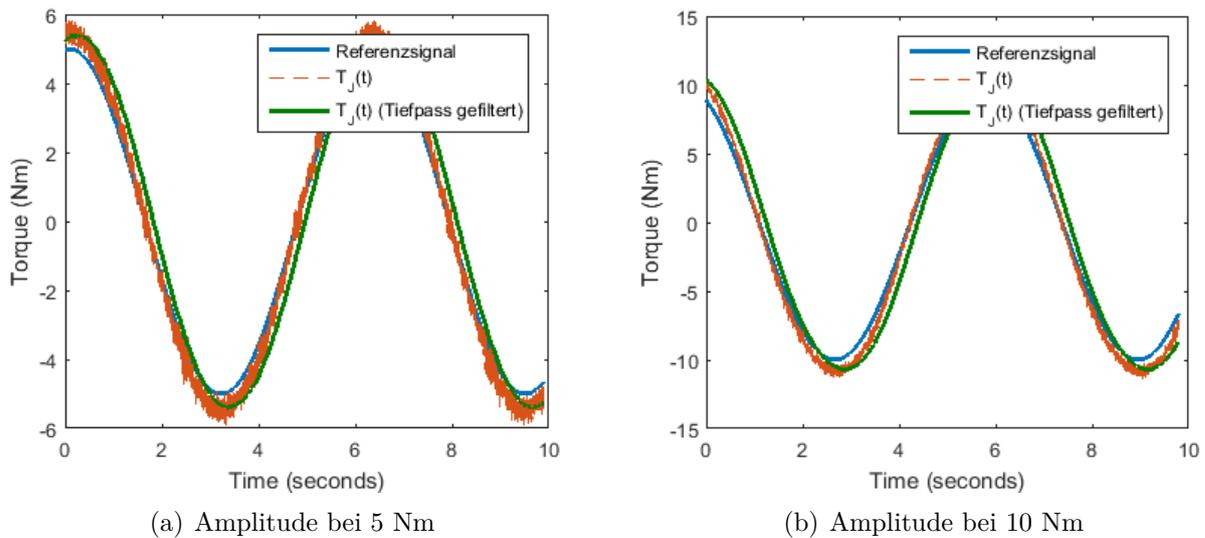


Abb. 6.3: Antwort auf ein Sinussignal bei unterschiedlichen Amplituden

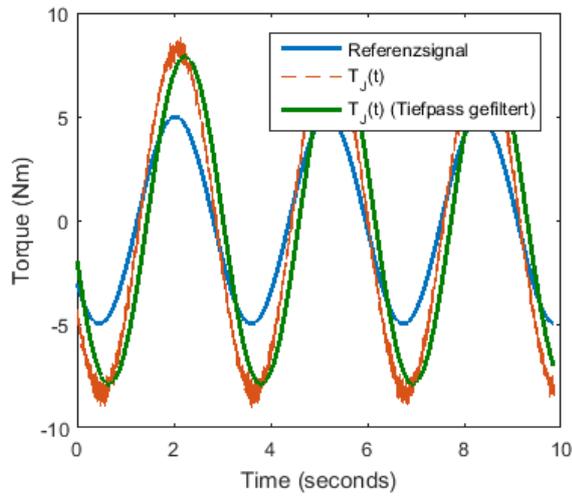
wurde der betrachtete Parameter nicht verdoppelt, sondern nur um ca. 33.33 % erhöht. Aus diesem Grund wird bei einer Amplitude von 5 Nm eine Frequenz von $2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ verwendet, um die Unterschiede besser zu erkennen.

Auf den ersten Blick scheinen beide roten Kurven identisch. Bei näherer Betrachtung hingegen ist die Fehlerabweichung bei einer Pendelmasse von 10 kg geringer. In diesem Fall sind es bei 10 kg statt 3 Nm nur noch ca. 2.2 Nm. Außerdem bewegt sich θ_J in einem kleineren Bereich, da mit geringeren Auslenkungen das gleiche Drehmoment erzeugt wird. Eine Erklärung dafür ist die geringere Geschwindigkeit $\dot{\theta}_J$. Dadurch wird der vernachlässigte Einfluss der Gelenkgeschwindigkeit geringer und deswegen auch die Fehlerabweichung kleiner.

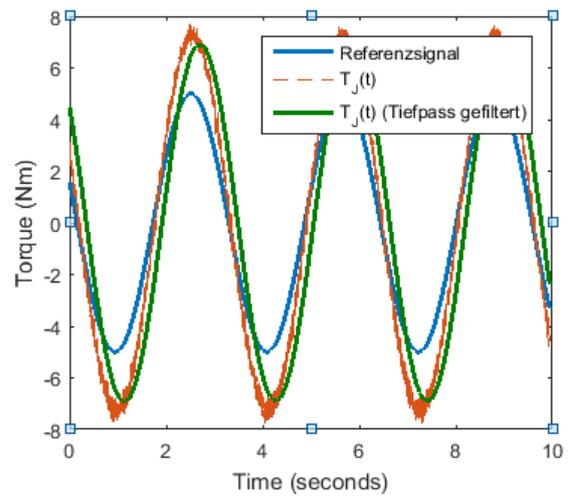
6.2 Versuche zur geregelten Position

Die Referenz für den folgenden Versuche ist ebenfalls das Sinussignal, wobei die Position vorgegeben wird. Es wird keine zusätzliche Pendelmasse verwendet und die Frequenz beträgt $2.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. Hierbei wird die Qualität der experimentell bestimmten Regelparameter untersucht.

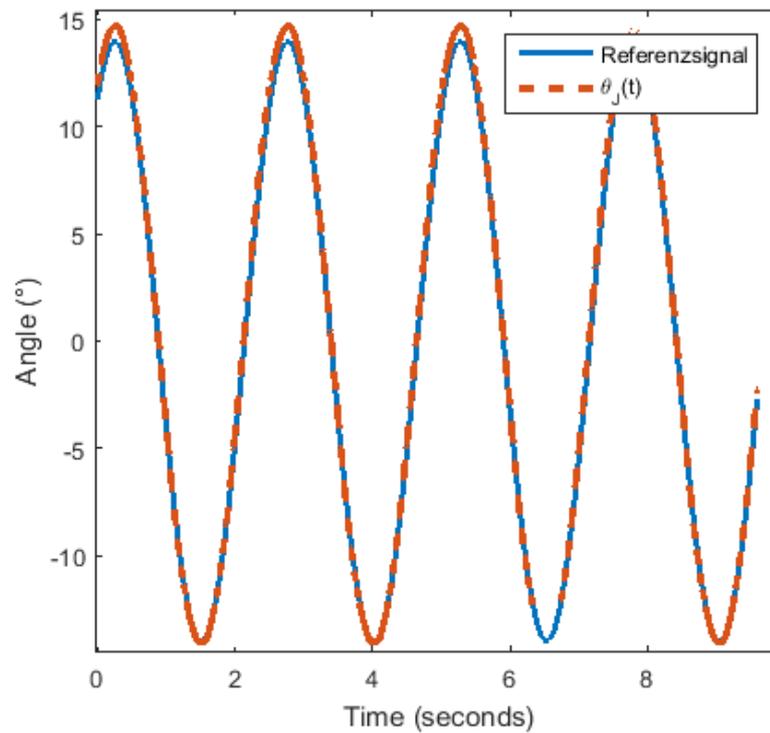
Man erkennt eine gute Übereinstimmung von Referenz und Ausgang bis auf die einseitig auftretenden Abweichungen bei den Maxima. Diese lässt sich mit einem Winkelunterschied von Aktor und Last erklären. Dadurch entsteht selbst im Nullzustand der Last ein Drehmoment. Dessen Richtung ist entgegengesetzt zu der Auslenkung vom Aktor. Da aus vorherigen Versuchen die überschwingende Charakteristik des Drehmoments an den Extremalstellen aufgefallen ist, folgt daraus auch eine größere Ausgangsposition.



(a) Pendelmasse bei 7.5 kg



(b) Pendelmasse bei 10 kg

Abb. 6.4: Antwort auf ein Sinussignal bei unterschiedlichen Pendelmassen**Abb. 6.5:** Antwort auf eine sinusförmige Positionsvorgabe

Aus diesem Versuch folgt, dass unvorhergesehene Modellungenauigkeiten das statisch entwickelte Modell merkbar beeinflussen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde der Prüfstand für die zweite Version des MRIs aufgebaut und eine sichere Entwicklungsumgebung dafür implementiert. Der Fokus liegt darin eine Regelung für den Aktor zu entwerfen, der durch das seriell geschaltete Federelement mit einstellbarer Steifigkeit ein muskelähnliches Verhalten aufweisen soll. Dazu wurden mathematische Modelle für komplexe und einfache Regelstrukturen entwickelt. Das letztere wurde auf Stabilität untersucht mithilfe charakteristischer Diagramme der Übertragungsfunktionen. Schließlich wurden die theoretischen Ergebnisse am Prüfstand verifiziert. Dabei wurde ein Pendel verwendet, der ein menschliches Bein simulieren soll.

Im Prüfandaufbau sind die Sensoren nicht im Aktor integriert, sondern zu Testzwecken am Prüfstand angebracht. Über das dSpace-System kann der Aktor in Echtzeit gesteuert und überwacht werden. Dadurch sind schnelle und komplexe Reglerimplementierungen mit Hilfe der Simulinkblockstruktur möglich. Ein Sicherheitssystem wurde für den Versuchstand entwickelt, der unvorhergesehene Auslenkungen des Pendels erkennt und automatisch in einen sicheren Zustand zurückfährt. Dies fördert die Effektivität und Sicherheit von Reglertest am realen Prototypen.

Der Aktor wurde mithilfe von elektrischen und mechanischen Ersatzschaltbildern mathematisch beschrieben und auf Basis dieser Modellformeln wurde die Zustandsraumdarstellung des Systems ermittelt. Diese Darstellung wurde in eine Übertragungsmatrix für ein MIMO-System umgewandelt, welches dazu u.a. verwendet wurde separate Übertragungsfunktionen für SISO-Systeme zu ermitteln. Da die Modellformel zu der Steifigkeit signifikante Abweichungen zur Realität hat, wurde experimentell eine Kennlinie ermittelt, aus der man die Steifigkeitswerte in Abhängigkeit der effektiven Länge graphisch ermitteln kann.

Die verwendete Regelstruktur ist eine Kaskadenschaltung mit der Geschwindigkeit im inneren Regelkreis, dem Drehmoment im mittleren Regelkreis und die Position im äußeren Regelkreis. Die Dimensionierung der Regelglieder, die eine PID-Struktur aufweisen, wurden mithilfe vom Polnullstellendiagramm und Bodediagramm auf Stabilität untersucht. Für die Drehzahlregelung der Motoren wurden die werkseitig zur Verfügung stehenden Mittel verwendet.

Bei den Versuchen am Prüfstand konnte man erkennen, dass die entworfene Regelung des Drehmoments stabil jedoch langsam ist. Daran erkennt man die Vernachlässigung der Last und die Kreuzkorrelationen des MIMO-Systems. Dies führt zu der Annahme, dass das geregelte System nicht robust ist. Bei einem sinusförmigen Eingang zeigt es ein überschwingendes Verhalten, welches von der Frequenz und der Pendellast abhängig ist. Bei ansteigenden Frequenzen und kleinen Pendellasten wird das System zunehmend instabil. Wird nun der Positionsregelkreis verwendet, so sieht man eine geringe Regelabweichung. Die Systemantwort ist wiederum von den Modellunsicherheiten beeinflusst.

Diese Ungenauigkeiten in der Modellierung kann man in Zukunft im Modell integrieren. Eine umfassende Unsicherheitsmodellierung kann nach den Methoden von [SS01] am Modell angewandt werden. Dadurch ist eine robuste Regelung möglich. Die Qualität der Drehmomentregelung kann durch andere Regelstrukturen verbessert werden. Zum Beispiel wäre

eine Zustandsraumregelung mit einem Kalmanfilter oder eine Optimalregelung denkbar. Für bestimmte Anwendungen sollte die Last in der Modellierung mit berücksichtigt werden. Im Fall einer Bewegungsunterstützung ist die Kopplung des Aktors an einer Prothese denkbar, die wiederum am Bein angebracht ist. Für den spätere Versionen des Aktors sollten die Sensoren auch im Aktor integriert sein. Von großer Bedeutung ist die Implementierung der Sicherheitsfunktion. In dieser Arbeit wurde sie zu Versuchszwecken am Prüfstand angebracht. In portablen Anwendungen ist eine sichere Umgebung nicht immer gewährleistet. Deswegen ist die Integration von elektrischen und mechanischen Resetfunktionen essentiell und Hauptbestandteil des finalen Aufbau des Aktors. Diese sollte intuitiv für nicht fachmännische Anwender bedienbar sein und automatisch in Falle eines ersten Fehlers ausgelöst werden.

A Linearisierung

Sei $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ der Zustandsvektor, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ der Eingangsvektor und $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ der Ausgangsvektor, dann ist das nichtlineare System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))\end{aligned}\tag{A.1}$$

durch zwei stetig differenzierbare Vektorfelder $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ vollständig beschrieben.

Ein Zustand heißt Gleichgewichtszustand $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})$, wenn gilt:

$$\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}) = 0\tag{A.2}$$

Betrachte nun kleine Veränderungen um den Gleichgewichtszustand:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{x} &= \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} \\ \Delta \mathbf{u} &= \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \\ \Delta \mathbf{y} &= \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}\end{aligned}\tag{A.3}$$

Setze nun $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \Delta \mathbf{x}$ (analog \mathbf{u}, \mathbf{y}) in (A.1) ein und forme nach $\frac{d\Delta \mathbf{x}}{dt}$ und $\Delta \mathbf{y}$ um, dann erhält man:

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta \mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}} + \Delta \mathbf{x}, \bar{\mathbf{u}} + \Delta \mathbf{u}) \\ \Delta \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}} + \Delta \mathbf{x}, \bar{\mathbf{u}} + \Delta \mathbf{u}) - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}).\end{aligned}\tag{A.4}$$

Durch mehrdimensionale Taylorreihenentwicklung erster Ordnung und Vernachlässigung des Restgliedes erhält man schließlich:

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta \mathbf{x}}{dt} &\approx \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \Delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \mathbf{y} &\approx \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \Delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \Delta \mathbf{u},\end{aligned}\tag{A.5}$$

Man erkennt durch Koeffizientenvergleich der Gleichung (A.5) mit der linearen Zustandsraumdarstellung der Veränderungen um den Gleichgewichtszustand

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u} \\ \Delta\mathbf{y} &= \mathbf{C}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{D}\Delta\mathbf{u},\end{aligned}\tag{A.6}$$

dass die Jakobiterme der entsprechenden Vektorfelder die Systemmatrizen darstellen mit

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}}} \in \mathbb{R}^{n \times n} \\ \mathbf{B} &= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}}} \in \mathbb{R}^{n \times m} \\ \mathbf{C} &= \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}}} \in \mathbb{R}^{p \times n} \\ \mathbf{D} &= \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}}} \in \mathbb{R}^{p \times m}.\end{aligned}\tag{A.7}$$

Damit ist das nichtlineare System (A.1) in guter Näherung mit dem linearen System (A.6) um den Gleichgewichtszustand approximiert.

B Versuchsstand- und Simulationsparameter

Motor 1 (Maxon EC-90 flat 323772):

$$\begin{aligned}R_{M1} & 0.343 \, \Omega \\L_{M1} & 0.264 \, mH \\K_{emf1} & 0.0707 \, \frac{rad}{V \cdot s} \\J_1 & 0.306 \cdot 10^{-3} \, kgm^2 \\B_1 & 0.005 \, \frac{kgm^2}{s}\end{aligned}$$

Motor 2 (Faulhaber BL-Motor 024 BX4):

$$\begin{aligned}R_{M2} & 12.5 \, \Omega \\L_{M2} & 410 \, mH \\K_{emf2} & 2.8144 \cdot 10^3 \, \frac{rad}{V \cdot s} \\J_2 & 0.51 \cdot 10^{-6} \, kgm^2 \\B_2 & 0.001 \, \frac{kgm^2}{s}\end{aligned}$$

Aktor:

$$\begin{aligned}E & 125.4 \, GPa \\W & 10 \, mm \\T & 4 \, mm \\R & 24 \, mm \\ \gamma_1 & 100 \\ \gamma_2 & 10\end{aligned}$$

Last:

$$l_L \quad 0.478 \, m$$

Literaturverzeichnis

- [AJ10] AMIR JAFARI, Bram Vanderborght Darwin G. C. Nikos G. Tsagarakis T. Nikos G. Tsagarakis: A Novel and Actuator with Adjustable and Stiffness (AwAS). In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, 2010
- [AJ11] AMIR JAFARI, Darwin G. C. Nikos G. Tsagarakis T. Nikos G. Tsagarakis: AwAS-II: A New Actuator with Adjustable Stiffness based on the Novel Principle of Adaptable Pivot point and Variable Lever ratio. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, 2011
- [Bey10] BEYL, Dr.-Ing. P.: *Design and control of a knee exoskeleton powered by pleated pneumatic artificial muscles for robot-assisted gait rehabilitation*, Vrije Universiteit Brussel, Diss., 2010
- [Bie09] BIEZL: *Polpaarzahl1*. <https://commons.wikimedia.org/>. Version: Januar 2009
- [CGB⁺] CATALANO, Manuel G. ; GRIOLI, Giorgio ; BONOMO, Fabio ; SCHIAVI, Riccardo ; BICCHI, Antonio: VSA-HD: From the Enumeration Analysis to the Prototypical Implementation
- [CGG⁺11] CATALANO, Manuel G. ; GRIOLI, Giorgio ; GARABINI, Manolo ; BONOMO, Fabio ; MANCINI, Michele ; TSAGARAKIS, Nikolaos ; BICCHI, Antonio: VSA-CubeBot: a modular variable stiffness platform for multiple degrees of freedom robots. In: *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation Shanghai International Conference Center May 9-13, 2011, Shanghai, China*, IEEE, 2011
- [HSV⁺09] HAM, Ronald ; SUGAR, Thomas ; VANDERBORGHT, Bram ; HOLLANDER, Kevin ; LEFEBER, Dirk: Compliant actuator designs. In: *IEEE Robotics & Automation Magazine* 16 (2009), Sep, Nr. 3, 81 - 94. <http://dx.doi.org/10.1109/mra.2009.933629>. – DOI 10.1109/mra.2009.933629. – ISSN 1070–9932
- [MD92] MD, Jacquelin P.: *Gait Analysis Normal and Pathological Function*. SLACK Incorporated, 1992
- [ML] M.SC.LIN LIU, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. med. Steffen Leonhardt Dr.-Ing. Ber- no J.E. M. Matthias Kramer K. Matthias Kramer: Konstruktion und Model- lierung eines mechanisch-rotatorischen Impedanzaktuators.

- [Muh11] MUHAMMAD, Ali: *Impedance Control of Redundant Manipulators*. Tampere, 2011
- [PDIGA09] PROF. DR. ING. GERD ASCHEID, Prof. Dr. sc. techn. Heinrich M.: *Systemtheorie I*. Druck und Verlagshaus Mainz GmbH Aachen, 2009
- [SHHR06] STANSFIELD, B.W. ; HILLMAN, S.J. ; HAZLEWOOD, M.E. ; ROBB, J.E.: Regression analysis of gait parameters with speed in normal children walking at self-selected speeds. In: *Gait & Posture* 23 (2006), Apr, Nr. 3, 288-294. <http://dx.doi.org/10.1016/j.gaitpost.2005.03.005>. – DOI 10.1016/j.gaitpost.2005.03.005. – ISSN 0966–6362
- [SS01] SIGURD SKOGESTAD, Ian P.: *MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL - Analysis and Design*. 2001
- [SS14] SANTOS, Wilian M. ; SIQUEIRA, Adriano A. G.: Robust Torque Control Based on H-infinity Criterion of an Active Knee Orthosis. In: *2014 5th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob) August 12-15, 2014. São Paulo, Brazil*, IEEE, 2014
- [SSD13] SHAMAEI, Kamran ; SAWICKI, Gregory S. ; DOLLAR, Aaron M.: Estimation of Quasi-Stiffness of the Human Knee in the Stance Phase of Walking. In: *PLoS ONE* 8 (2013), Mar, Nr. 3, e59993. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0059993>. – DOI 10.1371/journal.pone.0059993. – ISSN 1932–6203
- [Unb97] UNBEHAUEN, Heinz: *Regelungstechnik II*. Bd. 7. Vieweg, 1997
- [Wye06] WYETH, Gordon: *Control Issues for Velocity Sourced Series Elastic Actuators*, 2006